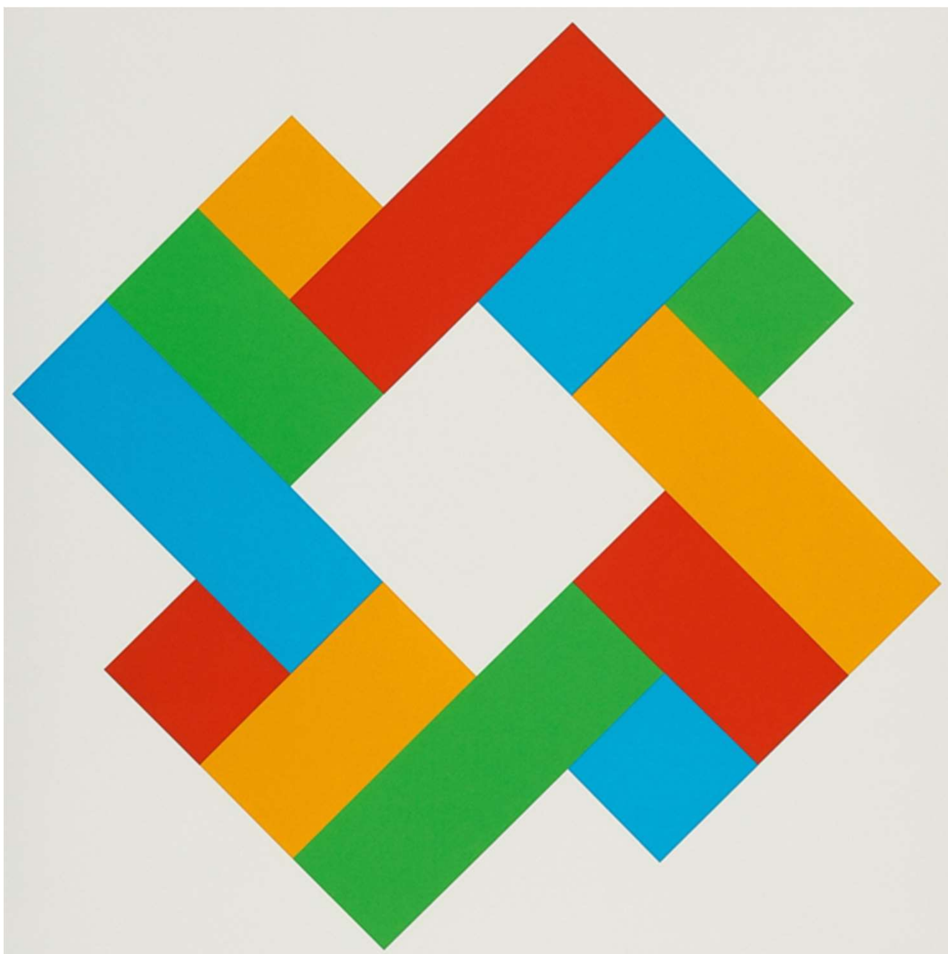
Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Valenztheorie



STL
Tucson, AZ

Title cover: Max Bill, ohne Titel (1982)

Vorwort

Bekanntlich ist das peircesche Zeichen als eine Relation über drei Relationen definiert: einer 1-, einer 2- und einer 3-stelligen Relation. Die semiotischen Teilrelationen verhalten sich somit valenztheoretisch gleich wie die logischen Prädikate: n-stellige Prädikate können genau n Argumente binden, oder anders gesagt: sie haben n Leerstellen, in die Argumente eingesetzt werden müssen, damit eine Aussageform in eine Aussage übergeht. Während in der Prädikatenlogik damit eine Restriktion der Wortklassen einhergeht, können in der Semiotik alle dualen Paare von Relationen sowohl binden als auch gebunden werden.

Damit wird die Semiotik valenztheoretisch betrachtet zu einer Art von "Chemie" nicht nur von materialen Elementen (Mittelbezügen), sondern auch von bezeichnenden (Objektbezug) und bedeutenden Elementen (Interpretantenbezug). Während jedes Subzeichen einen bestimmten, durch die Valenz der triadischen Haupt- und der trichotomischen Stellenwerte vorgegebenen Sättigungsgrad aufweist, ergibt sich innerhalb jeder Zeichenklasse und ihrer dual koordinierten Realitätsthematik ferner ein valenztheoretisch determinierter Bindungsausgleich, insofern nur Subzeichen gleicher oder höherer trichotomischer Valenz binden können.

Damit stellt allerdings die Semiotik ein bemerkenswertes System von sinn- und bedeutungsbestimmter Chemie des Geistes dar, denn die semiotischen Relationen können untersättigt, gesättigt oder übersättigt sein. Daß es dennoch möglich ist, die 10 peirce-benseschen Dualsysteme als ein determinantensymmetrisches Dualitätssystem mit kategorialer Homöostase darzustellen, ist das große Verdienst Max Benses, der entdeckte, daß es nur ein einziges Dualsystem gibt, daß die gleiche valenztheoretische Homöostase aufweist wie das Gesamtsystem (und es dadurch determiniert): das sog. eigenreale Dualsystem.

Tucson, AZ, 12.12.2019 Prof. Dr. Alfred Toth

Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme

Wie in Toth (2008a-j) gezeigt, gibt es zwischen der minimalen, vollständig transzendenten repräsentativen Zeichenrelation $ZR_{3,3}$ und der minimalen, vollständig nicht-transzendenten präsentativen Zeichenrelation $ZR_{6,6}$, in der alle drei Peirceschen Fundamentalkategorien durch ihre korrespondieren ontologischen Konstanten aufgehoben sind, genau die folgenden 16 Zeichenrelationen, die zwei erwähnten eingeschlossen:

$ZR_{3,3}$ $ZR_{4,3}$ $ZR_{5,3}$ $ZR_{6,3}$

$ZR_{3,4}$ $ZR_{4,4}$ $ZR_{5,4}$ $ZR_{6,4}$

$ZR_{3,5}$ $ZR_{4,5}$ $ZR_{5,5}$ $ZR_{6,5}$

$ZR_{3,6}$ $ZR_{4,6}$ $ZR_{5,6}$ $ZR_{6,6}$

Um den Zusammenhang dieser 16 Zeichenrelationen mit den in früheren Arbeiten eingeführten semiotischen (quantitativen, quanti-qualitativen, quali-quantitativen und qualitativen) Zahlbereichen herauszuarbeiten, ist es nötig, mittels erheblichem technischem Aufwand alle Zeichenklassen aufzuzeigen, welche über diesen Zeichenrelationen konstruiert werden können. Im folgenden wird vorausgesetzt, dass die Reihenfolge der qualitativen semiotischen Zahlen O, ⊙, ◎ ist. Es handelt sich hier um drei qualitative semiotische Zahlbereiche vor der Folge der quantitativen semotischen Zahlbereiche 1, 2, 3 oder Erstheit, Zweitheit, rittheit. Dadurch werden zahlreiche Varianten in den Definitionen der 16 Zeichenrelationen zum vornherein ausgeschieden.

1. $ZR_{3,3}$ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}

1 (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
2 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)
3 (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)
4 (3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)
5 (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
6 (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)
7 (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
8 (3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)
9 (3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3)
10 (3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

2. $ZR_{3,4}$ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3, .O}

1	(3.0 2.0 1.0) × (0.1 0.2 0.3)
2	(3.0 2.0 1.1) × (1.1 0.2 0.3)
3	(3.0 2.0 1.2) × (2.1 0.2 0.3)
4	(3.0 2.0 1.3) × (3.1 0.2 0.3)
5	(3.0 2.1 1.1) × (1.1 1.2 0.3)
6	(3.0 2.1 1.2) × (2.1 1.2 0.3)
7	(3.0 2.1 1.3) × (3.1 1.2 0.3)
8	(3.0 2.2 1.2) × (2.1 2.2 0.3)
9	(3.0 2.2 1.3) × (3.1 2.2 0.3)
10	(3.0 2.3 1.3) × (3.1 3.2 0.3)
11	(3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
12	(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)
13	(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)
14	(3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)
15	(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
16	(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)
17	(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
18	(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)
19	(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3)
20	(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

3. $ZR_{3,5}$ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c, d, e ∈ {.1, .2, .3, .O, .⊙}

1	(3.0 2.0 1.0)
2	(3.0 2.0 1.⊙)
3	(3.0 2.0 1.1)
4	(3.0 2.0 1.2)
5	(3.0 2.0 1.3)
6	(3.0 2.⊙ 1.⊙)
7	(3.0 2.⊙ 1.1)
8	(3.0 2.⊙ 1.2)
9	(3.0 2.⊙ 1.3)
10	(3.0 2.1 1.1)
11	(3.0 2.1 1.2)
12	(3.0 2.1 1.3)
13	(3.0 2.2 1.2)
14	(3.0 2.2 1.3)
15	(3.0 2.3 1.3)
16	(3.⊙ 2.⊙ 1.⊙)
17	(3.⊙ 2.⊙ 1.1)

18 (3.⊙ 2.1 1.1)
19 (3.⊙ 2.⊙ 1.2)
20 (3.⊙ 2.⊙ 1.3)
21 (3.⊙ 2.1 1.2)
22 (3.⊙ 2.1 1.3)
23 (3.⊙ 2.2 1.2)
24 (3.⊙ 2.2 1.3)
25 (3.⊙ 2.3 1.3)
26 (3.1 2.1 1.1)
27 (3.1 2.1 1.2)
28 (3.1 2.1 1.3)
29 (3.1 2.2 1.2)
30 (3.1 2.2 1.3)
31 (3.1 2.3 1.3)
32 (3.2 2.2 1.2)
33 (3.2 2.2 1.3)
34 (3.2 2.3 1.3)
35 (3.3 2.3 1.3)

4. $ZR_{3,6}$ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3, .O, ⊙, ⊚}

1 (3.0 2.0 1.0)
2 (3.0 2.0 1.⊙)
3 (3.0 2.0 1.⊚)
4 (3.0 2.0 1.1)
5 (3.0 2.0 1.2)
6 (3.0 2.0 1.3)
7 (3.0 2.⊙ 1.⊙)
8 (3.0 2.⊙ 1.⊚)
9 (3.0 2.⊙ 1.1)
10 (3.0 2.⊙ 1.2)
11 (3.0 2.⊙ 1.3)
12 (3.0 2.⊚ 1.⊚)
13 (3.0 2.⊚ 1.1)
14 (3.0 2.⊚ 1.2)
15 (3.0 2.⊚ 1.3)
16 (3.0 2.1 1.1)
17 (3.0 2.1 1.2)
18 (3.0 2.1 1.3)
19 (3.0 2.2 1.2)

20 (3.0 2.2 1.3)
21 (3.0 2.3 1.3)
22 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙)
23 (3.⊙ 2.⊙ 1.◎)
24 (3.⊙ 2.⊙ 1.1)
25 (3.⊙ 2.⊙ 1.2)
26 (3.⊙ 2.⊙ 1.3)
27 (3.⊙ 2.◎ 1.◎)
28 (3.⊙ 2.◎ 1.1)
29 (3.⊙ 2.1 1.1)
30 (3.⊙ 2.◎ 1.2)
31 (3.⊙ 2.◎ 1.3)
32 (3.⊙ 2.1 1.2)
33 (3.⊙ 2.2 1.2)
34 (3.⊙ 2.1 1.3)
35 (3.⊙ 2.2 1.3)
36 (3.⊙ 2.3 1.3)
37 (3.◎ 2.◎ 1.◎)
38 (3.◎ 2.◎ 1.1)
39 (3.◎ 2.◎ 1.2)
40 (3.◎ 2.◎ 1.3)
41 (3.◎ 2.1 1.1)
42 (3.◎ 2.1 1.2)
43 (3.◎ 2.2 1.2)
44 (3.◎ 2.1 1.3)
45 (3.◎ 2.2 1.3)
46 (3.◎ 2.3 1.3)
47 (3.1 2.1 1.1)
48 (3.1 2.1 1.2)
49 (3.1 2.1 1.3)
50 (3.1 2.2 1.2)
51 (3.1 2.2 1.3)
52 (3.1 2.3 1.3)
53 (3.2 2.2 1.2)
54 (3.2 2.2 1.3)
55 (3.2 2.3 1.3)
56 (3.3 2.3 1.3)

5. $ZR_{4,3}$ = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3}

1 (3.1 2.1 1.1 0.1) × (1.0 1.1 1.2 1.3)
2 (3.1 2.1 1.1 0.2) × (2.0 1.1 1.2 1.3)
3 (3.1 2.1 1.1 0.3) × (3.0 1.1 1.2 1.3)
4 (3.1 2.1 1.2 0.2) × (2.0 2.1 1.2 1.3)
5 (3.1 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 1.3)
6 (3.1 2.1 1.3 0.3) × (3.0 3.1 1.2 1.3)
7 (3.1 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 1.3)
8 (3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 1.3)
9 (3.1 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 1.3)
10 (3.1 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 1.3)
11 (3.2 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 2.3)
12 (3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 2.3)
13 (3.2 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 2.3)
14 (3.2 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 2.3)
15 (3.3 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 3.3)

6. $ZR_{4,4}$ = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3, .0}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0) × (0.0 0.1 0.2 0.3)
2 (3.0 2.0 1.0 0.1) × (1.0 0.1 0.2 0.3)
3 (3.0 2.0 1.0 0.2) × (2.0 0.1 0.2 0.3)
4 (3.0 2.0 1.0 0.3) × (3.0 0.1 0.2 0.3)
5 (3.0 2.0 1.1 0.1) × (1.0 1.1 0.2 0.3)
6 (3.0 2.0 1.1 0.2) × (2.0 1.1 0.2 0.3)
7 (3.0 2.0 1.1 0.3) × (3.0 1.1 0.2 0.3)
8 (3.0 2.0 1.2 0.2) × (2.0 2.1 0.2 0.3)
9 (3.0 2.0 1.2 0.3) × (3.0 2.1 0.2 0.3)
10 (3.0 2.0 1.3 0.3) × (3.0 3.1 0.2 0.3)
11 (3.0 2.1 1.1 0.1) × (1.0 1.1 1.2 0.3)
12 (3.0 2.1 1.1 0.2) × (2.0 1.1 1.2 0.3)
13 (3.0 2.1 1.1 0.3) × (3.0 1.1 1.2 0.3)
14 (3.0 2.1 1.2 0.2) × (2.0 2.1 1.2 0.3)
15 (3.0 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 0.3)
16 (3.0 2.1 1.3 0.3) × (3.0 3.1 1.2 0.3)
17 (3.0 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 0.3)
18 (3.0 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 0.3)
19 (3.0 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 0.3)
20 (3.0 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 0.3)
21 (3.1 2.1 1.1 0.1) × (1.0 1.1 1.2 1.3)
22 (3.1 2.1 1.1 0.2) × (2.0 1.1 1.2 1.3)

23 (3.1 2.1 1.1 0.3) × (3.0 1.1 1.2 1.3)
24 (3.1 2.1 1.2 0.2) × (2.0 2.1 1.2 1.3)
25 (3.1 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 1.3)
26 (3.1 2.1 1.3 0.3) × (3.0 3.1 1.2 1.3)
27 (3.1 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 1.3)
28 (3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 1.3)
29 (3.1 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 1.3)
30 (3.1 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 1.3)
31 (3.2 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 2.3)
32 (3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 2.3)
33 (3.2 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 2.3)
34 (3.2 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 2.3)
35 (3.3 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 3.3)

7. $ZR_{4,5}$ = (3.a 2.b 1.c O.d) mit a, b, c, d, e ∈ {.1, .2, .3, .O, .⊙}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0)
2 (3.0 2.0 1.0 0.⊙)
3 (3.0 2.0 1.0 0.1)
4 (3.0 2.0 1.0 0.2)
5 (3.0 2.0 1.0 0.3)
6 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙)
7 (3.0 2.0 1.⊙ 0.1)
8 (3.0 2.0 1.⊙ 0.2)
9 (3.0 2.0 1.⊙ 0.3)
10 (3.0 2.0 1.1 0.1)
11 (3.0 2.0 1.1 0.2)
12 (3.0 2.0 1.1 0.3)
13 (3.0 2.0 1.2 0.2)
14 (3.0 2.0 1.2 0.3)
15 (3.0 2.0 1.3 0.3)
16 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
17 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
18 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
19 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
20 (3.0 2.⊙ 1.1 0.1)
21 (3.0 2.⊙ 1.1 0.2)
22 (3.0 2.⊙ 1.1 0.3)
23 (3.0 2.⊙ 1.2 0.2)
24 (3.0 2.⊙ 1.2 0.3)

25 (3.0 2.⊙ 1.3 0.3)
26 (3.0 2.1 1.1 0.1)
27 (3.0 2.1 1.1 0.2)
28 (3.0 2.1 1.1 0.3)
29 (3.0 2.1 1.2 0.2)
30 (3.0 2.1 1.2 0.3)
31 (3.0 2.1 1.3 0.3)
32 (3.0 2.2 1.2 0.2)
33 (3.0 2.2 1.2 0.3)
34 (3.0 2.2 1.3 0.3)
35 (3.0 2.3 1.3 0.3)
36 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
37 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
38 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
39 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
40 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.1)
41 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.2)
42 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.3)
43 (3.⊙ 2.⊙ 1.2 0.2)
44 (3.⊙ 2.⊙ 1.2 0.3)
45 (3.⊙ 2.⊙ 1.3 0.3)
46 (3.1 2.1 1.1 0.1)
47 (3.1 2.1 1.1 0.2)
48 (3.1 2.1 1.1 0.3)
49 (3.1 2.1 1.2 0.2)
50 (3.1 2.1 1.2 0.3)
51 (3.1 2.1 1.3 0.3)
52 (3.1 2.2 1.2 0.2)
53 (3.1 2.2 1.2 0.3)
54 (3.1 2.2 1.3 0.3)
55 (3.1 2.3 1.3 0.3)
56 (3.2 2.2 1.2 0.2)
57 (3.2 2.2 1.2 0.3)
58 (3.2 2.2 1.3 0.3)
59 (3.2 2.3 1.3 0.3)
60 (3.3 2.3 1.3 0.3)

8. $ZR_{4,6}$ = (3.a 2.b 1.c O.d) mit a, b, c, d, e, f ∈ {.1, .2, .3, .O, .⊙, .◎}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0)
2 (3.0 2.0 1.0 0.⊙)
3 (3.0 2.0 1.0 0.◎)

4 (3.0 2.0 1.0 0.1)
5 (3.0 2.0 1.0 0.2)
6 (3.0 2.0 1.0 0.3)
7 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙)
8 (3.0 2.0 1.⊙ 0.◎)
9 (3.0 2.0 1.◎ 0.◎)
10 (3.0 2.0 1.⊙ 0.1)
11 (3.0 2.0 1.◎ 0.1)
12 (3.0 2.0 1.1 0.1)
13 (3.0 2.0 1.⊙ 0.2)
14 (3.0 2.0 1.◎ 0.2)
15 (3.0 2.0 1.1 0.2)
16 (3.0 2.0 1.2 0.2)
17 (3.0 2.0 1.⊙ 0.3)
18 (3.0 2.0 1.◎ 0.3)
19 (3.0 2.0 1.1 0.3)
20 (3.0 2.0 1.2 0.3)
21 (3.0 2.0 1.3 0.3)
22 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
23 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.◎)
24 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
25 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
26 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
27 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.◎)
28 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.1)
29 (3.0 2.⊙ 1.1 0.1)
30 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.2)
31 (3.0 2.⊙ 1.1 0.2)
32 (3.0 2.⊙ 1.2 0.2)
33 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.3)
34 (3.0 2.⊙ 1.1 0.3)
35 (3.0 2.⊙ 1.2 0.3)
36 (3.0 2.⊙ 1.3 0.3)
37 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.◎)
38 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.1)
39 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.2)
40 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.3)

41 (3.0 2.◎ 1.1 0.1)
42 (3.0 2.◎ 1.1 0.2)
43 (3.0 2.◎ 1.2 0.2)
44 (3.0 2.◎ 1.1 0.3)
45 (3.0 2.◎ 1.2 0.3)
46 (3.0 2.◎ 1.3 0.3)
47 (3.0 2.1 1.1 0.1)
48 (3.0 2.1 1.1 0.2)
49 (3.0 2.1 1.1 0.3)
50 (3.0 2.1 1.2 0.2)
51 (3.0 2.1 1.2 0.3)
52 (3.0 2.1 1.3 0.3)
53 (3.0 2.2 1.2 0.2)
54 (3.0 2.2 1.2 0.3)
55 (3.0 2.3 1.3 0.3)
56 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
57 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.◎)
58 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
59 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
60 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
61 (3.⊙ 2.⊙ 1.◎ 0.◎)
62 (3.⊙ 2.⊙ 1.◎ 0.1)
63 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.1)
64 (3.⊙ 2.⊙ 1.◎ 0.2)
65 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.2)
66 (3.⊙ 2.⊙ 1.2 0.2)
67 (3.⊙ 2.⊙ 1.◎ 0.3)
68 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.3)
69 (3.⊙ 2.⊙ 1.2 0.3)
70 (3.⊙ 2.⊙ 1.3 0.3)
71 (3.⊙ 2.1 1.1 0.1)
72 (3.⊙ 2.1 1.1 0.2)
73 (3.⊙ 2.1 1.1 0.3)
74 (3.⊙ 2.1 1.2 0.2)
75 (3.⊙ 2.1 1.2 0.3)
76 (3.⊙ 2.1 1.3 0.3)
77 (3.⊙ 2.2 1.2 0.2)

78 (3.⊙ 2.2 1.2 0.3)

79 (3.⊙ 2.2 1.3 0.3)

80 (3.⊙ 2.3 1.3 0.3)

81 (3.1 2.1 1.1 0.1)

82 (3.1 2.1 1.1 0.2)

83 (3.1 2.1 1.1 0.3)

84 (3.1 2.1 1.2 0.2)

85 (3.1 2.1 1.2 0.3)

86 (3.1 2.1 1.3 0.3)

87 (3.1 2.2 1.2 0.2)

88 (3.1 2.2 1.2 0.3)

89 (3.1 2.2 1.3 0.3)

90 (3.1 2.3 1.3 0.3)

91 (3.2 2.2 1.2 0.2)

92 (3.2 2.2 1.2 0.3)

93 (3.2 2.2 1.3 0.3)

94 (3.2 2.3 1.3 0.3)

95 (3.3 2.3 1.3 0.3)

9. $ZR_{5,3}$ = (3.a 2.b 1.c O.d ⊙.e) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3}

1 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1)

2 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2)

3 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3)

4 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2)

5 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.3)

6 (3.1 2.1 1.1 0.3 ⊙.3)

7 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2)

8 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3)

9 (3.1 2.1 1.2 0.3 ⊙.3)

10 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3)

11 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

12 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

13 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

14 (3.1 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

15 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

16 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

17 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

18 (3.2 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

19 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

20 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

21 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

10. $ZR_{5,4}$ = (3.a 2.b 1.c O.d ⊙.e) mit a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3, .O}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0)

2 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1)

3 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2)

4 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.3)

5 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1)

6 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2)

7 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.3)

8 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2)

9 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.3)

10 (3.0 2.0 1.0 0.3 ⊙.3)

11 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1)

12 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2)

13 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.3)

14 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.2)

15 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.3)

16 (3.0 2.0 1.1 0.3 ⊙.3)

17 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2)

18 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.3)

19 (3.0 2.0 1.3 0.3 ⊙.3)

20 (3.0 2.0 1.3 0.3 ⊙.3)

21 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1)

22 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2)

23 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.3)

24 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.2)

25 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.3)

26 (3.0 2.1 1.1 0.3 ⊙.3)

27 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.2)

28 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.3)

29 (3.0 2.1 1.2 0.3 ⊙.3)

30 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

31 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

32 (3.0 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

33 (3.0 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

34 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1)

35 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2)

36 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3)

37 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2)

38 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.3)

39 (3.1 2.1 1.1 0.3 ⊙.3)

40 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2)

41 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3)

42 (3.1 2.1 1.2 0.3 ⊙.3)

43 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3)

44 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

45 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

46 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

47 (3.1 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

48 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

49 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

50 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

51 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

52 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

53 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

11. $ZR_{3,5}$ = (3.a 2.b 1.c O.d ⊙.e) mit a, b, c, d, e ∈ {.1, .2, .3, .O, .⊙}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0)

2 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙)

3 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1)

4 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2)

5 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.3)

6 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.⊙)

7 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.1)

8 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.1)

9 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.2)

10 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.2)

11 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.3)

12 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.3)

13 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1)

14 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2)

15 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.3)

16 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2)

17 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.3)

18 (3.0 2.0 1.0 0.3 ⊙.3)

19 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1)

20 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2)

21 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.3)

22 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.2)

23 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.3)

24 (3.0 2.0 1.1 0.3 ⊙.3)

25 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2)

26 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.3)

27 (3.0 2.0 1.2 0.3 ⊙.3)

28 (3.0 2.0 1.3 0.3 ⊙.3)

29 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1)

30 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2)

31 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.3)

32 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.2)

33 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.3)

34 (3.0 2.1 1.1 0.3 ⊙.3)

35 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.2)

36 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.3)

37 (3.0 2.1 1.2 0.3 ⊙.3)

38 (3.0 2.1 1.3 0.3 ⊙.3)

39 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

40 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

41 (3.0 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

42 (3.0 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

43 (3.0 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

44 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1)

45 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2)

46 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3)

47 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2)

48 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.3)

49 (3.1 2.1 1.1 0.3 ⊙.3)

50 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2)

51 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3)

52 (3.1 2.1 1.2 0.3 ⊙.3)

53 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3)

54 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

55 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

56 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

57 (3.1 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

58 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

59 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

60 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

61 (3.2 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

62 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

63 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

64 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

12. $ZR_{5,6}$ = (3.a 2.b 1.c O.d, ⊙.e) mit a, b, c, d, e, f ∈ {.1, .2, .3, .O, .⊙, .◎}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0)

2 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙)

3 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.◎

4 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1)

5 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2)

6 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.3)

7 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.⊙)

8 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.◎)

9 (3.0 2.0 1.0 0.◎ ⊙.◎)

10 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.1)

11 (3.0 2.0 1.0 0.◎ ⊙.1)

12 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.2)

13 (3.0 2.0 1.0 0.◎ ⊙.2)

14 (3.0 2.0 1.0 0.⊙ ⊙.3)

15 (3.0 2.0 1.0 0.◎ ⊙.3)

16 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙ ⊙.⊙)

17 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙ ⊙.◎)

18 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙ ⊙.1)

19 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙ ⊙.2)

20 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙ ⊙.3)

21 (3.0 2.0 1.⊙ 0.◎ ⊙.◎)

22 (3.0 2.0 1.⊙ 0.◎ ⊙.1)

23 (3.0 2.0 1.⊙ 0.1 ⊙.1)

24 (3.0 2.0 1.⊙ 0.◎ ⊙.2)

25 (3.0 2.0 1.⊙ 0.1 ⊙.2)

26 (3.0 2.0 1.⊙ 0.2 ⊙.2)

27 (3.0 2.0 1.⊙ 0.◎ ⊙.3)

28 (3.0 2.0 1.⊙ 0.1 ⊙.3)

29 (3.0 2.0 1.⊙ 0.2 ⊙.3)

30 (3.0 2.0 1.⊙ 0.3 ⊙.3)

31 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙ ⊙.⊙)

32 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙ ⊙.◎)

33 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙ ⊙.1)

34 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙ ⊙.2)

35 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙ ⊙.3)

36 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.◎ ⊙.◎)

37 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.◎ ⊙.1)

38 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1 ⊙.1)

39 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.◎ ⊙.2)

40 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1 ⊙.2)

41 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.◎ ⊙.3)

42 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1 ⊙.3)

43 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2 ⊙.2)

44 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2 ⊙.3)

45 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.3 ⊙.3)

46 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.◎ ⊙.◎)

47 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.◎ ⊙.1)
48 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.◎ ⊙.2)
49 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.◎ ⊙.3)
50 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.1 ⊙.2)
51 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.2 ⊙.2)
52 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.1 ⊙.3)
53 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.2 ⊙.3)
54 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.3 ⊙.3)
55 (3.0 2.◎ 1.1 0.1 ⊙.1)
56 (3.0 2.◎ 1.1 0.1 ⊙.2)
57 (3.0 2.◎ 1.1 0.1 ⊙.3)
58 (3.0 2.◎ 1.1 0.2 ⊙.2)
59 (3.0 2.◎ 1.1 0.2 ⊙.3)
60 (3.0 2.◎ 1.1 0.3 ⊙.3)
61 (3.0 2.◎ 1.2 0.2 ⊙.2)
62 (3.0 2.◎ 1.2 0.2 ⊙.3)
63 (3.0 2.◎ 1.2 0.3 ⊙.3)
64 (3.0 2.◎ 1.3 0.3 ⊙.3)
65 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1)
66 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2)
67 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.3)
68 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.2)
69 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.3)
70 (3.0 2.1 1.1 0.3 ⊙.3)
71 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)
72 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)
73 (3.0 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)
74 (3.0 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)
75 (3.0 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)
76 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1)
77 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2)
78 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3)
79 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2)
80 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.3)
81 (3.1 2.1 1.1 0.3 ⊙.3)

82 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2)

83 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3)

84 (3.1 2.1 1.2 0.3 ⊙.3)

85 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3)

86 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

87 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

88 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

89 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

90 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2)

91 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3)

92 (3.2 2.2 1.2 0.3 ⊙.3)

93 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3)

94 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

95 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3)

13. $ZR_{6,3}$ = (3.a 2.b 1.c O.d ⊚.e ⊙.f) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3}

1 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

2 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

3 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

4 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

5 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

6 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

7 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

8 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

9 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

10 (3.1 2.1 1.1 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

11 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

12 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

13 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

14 (3.1 2.1 1.2 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

15 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

16 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

17 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

18 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

19 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

20 (3.1 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

21 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

22 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

23 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

24 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

25 (3.2 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

26 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

27 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

28 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

14. $ZR_{6,4}$ = (3.a 2.b 1.c O.d, ⊙.e, ⊚.f) mit a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3, .O}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.0)

2 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.1)

3 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.2)

4 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.3)

5 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.1)

6 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.2)

7 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2 ⊚.2)

8 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.3)

9 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2 ⊚.3)

10 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.3 ⊚.3)

11 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

12 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

13 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

14 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

15 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

16 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

17 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

18 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

19 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

20 (3.0 2.0 1.0 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

21 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

22 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

23 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.3)

24 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.2)

25 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.3)

26 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.3 ◎.3)

27 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

28 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

29 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

30 (3.0 2.0 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

31 (3.0 2.0 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

32 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.1)

33 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.2)

34 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.3)

35 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.2)

36 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.3)

37 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.3 ◎.3)

38 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

39 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

40 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

41 (3.0 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

42 (3.0 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

43 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.1)

44 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.2)

45 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.3)

46 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.2)

47 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.3)

48 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3 ◎.3)

49 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

50 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

51 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

52 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

53 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

54 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

55 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

56 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

57 (3.1 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

58 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

59 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

60 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

61 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

62 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

63 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

64 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

15. $ZR_{6,5}$ = (3.a 2.b 1.c O.d, ⊙.e, ⊚.f) mit a, b, c, d, e ∈ {.1, .2, .3, .O, .⊙}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.0)

2 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.⊙)

3 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.1)

4 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.2)

5 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.3)

6 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.⊙)

7 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.1)

8 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.1)

9 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.2)

10 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.2)

11 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.3)

12 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.3)

13 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.⊙)

14 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.1)

15 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.2)

16 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.3)

17 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.1)

18 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.2)

19 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2 ⊚.2)

20 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.3)

21 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2 ⊚.3)

22 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.3 ⊚.3)

23 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.1)

24 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.2)

25 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.3)

26 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2 ⊚.2)

27 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.3 ⊚.3)

28 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

29 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

30 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

31 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

32 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

33 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

34 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

35 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

36 (3.0 2.0 1.0 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

37 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

38 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

39 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

40 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

41 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

42 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

43 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

44 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

45 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

46 (3.0 2.0 1.1 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

47 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

48 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

49 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

50 (3.0 2.0 1.2 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

51 (3.0 2.0 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

52 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

53 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

54 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

55 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

56 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

57 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

58 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

59 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

60 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

61 (3.0 2.1 1.1 0.3 ⊙.3 ◎.3)

62 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

63 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

64 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

65 (3.0 2.1 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

66 (3.0 2.1 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

67 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

68 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

69 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

70 (3.0 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

71 (3.0 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

72 (3.0 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

73 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.1)

74 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.2)

75 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.3)

76 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.2)

77 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.3)

78 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3 ◎.3)

79 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ◎.2)

80 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ◎.3)

81 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.3 ◎.3)

82 (3.1 2.1 1.1 0.3 ⊙.3 ◎.3)

83 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

84 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

85 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

85 (3.1 2.1 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

87 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

88 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

89 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

90 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

91 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

92 (3.1 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

93 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

94 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

95 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

96 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

97 (3.2 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

98 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

99 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

100 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

16. $ZR_{6,6}$ = (3.a 2.b 1.c O.d, ⊙.e, ⊚.f) mit a, b, c, d, e ∈ {.1, .2, .3, .O, .⊙, .⊚}

1 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.0)

2 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.⊙)

3 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.⊚)

4 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.1)

5 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.2)

6 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.0 ⊚.3)

7 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.⊙)

8 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.⊚)

9 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊚ ⊚.⊚)

10 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.1)

11 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊚ ⊚.1)

12 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.2)

13 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊚ ⊚.2)

14 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊙ ⊚.3)

15 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.⊚ ⊚.3)

16 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.1)

17 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.2)

18 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.1 ⊚.3)

19 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2 ⊚.2)

20 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.2 ⊚.3)

21 (3.0 2.0 1.0 0.0 ⊙.3 ⊚.3)

22 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

23 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

24 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

25 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

26 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

27 (3.0 2.0 1.0 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

28 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

29 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

30 (3.0 2.0 1.0 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

31 (3.0 2.0 1.0 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

32 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

33 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

34 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

35 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

36 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

37 (3.0 2.0 1.1 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

38 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

39 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

40 (3.0 2.0 1.1 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

41 (3.0 2.0 1.1 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

42 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

43 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

44 (3.0 2.0 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

45 (3.0 2.0 1.2 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

46 (3.0 2.0 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

47 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.1)

48 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.2)

49 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ⊚.3)

50 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.2)

51 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ⊚.3)

52 (3.0 2.1 1.1 0.1 ⊙.3 ⊚.3)

53 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

54 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

55 (3.0 2.1 1.1 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

56 (3.0 2.1 1.1 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

57 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

58 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.3)

59 (3.0 2.1 1.2 0.2 ⊙.3 ⊚.3)

60 (3.0 2.1 1.2 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

61 (3.0 2.1 1.3 0.3 ⊙.3 ⊚.3)

62 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ⊚.2)

63 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

64 (3.0 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

65 (3.0 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

66 (3.0 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

67 (3.0 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

68 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.1)

69 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.2)

70 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.1 ◎.3)

71 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.2)

72 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.2 ◎.3)

73 (3.1 2.1 1.1 0.1 ⊙.3 ◎.3)

74 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ◎.2)

75 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.2 ◎.3)

76 (3.1 2.1 1.1 0.2 ⊙.3 ◎.3)

77 (3.1 2.1 1.1 0.3 ⊙.3 ◎.3)

78 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

79 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

80 (3.1 2.1 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

81 (3.1 2.1 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

82 (3.1 2.1 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

83 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

84 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

85 (3.1 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

86 (3.1 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

87 (3.1 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

88 (3.1 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

89 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.2)

90 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.2 ◎.3)

91 (3.2 2.2 1.2 0.2 ⊙.3 ◎.3)

92 (3.2 2.2 1.2 0.3 ⊙.3 ◎.3)

93 (3.2 2.2 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

94 (3.2 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

95 (3.3 2.3 1.3 0.3 ⊙.3 ◎.3)

Bei den unbalancierter Zeichenrelationen $ZR_{m,n}$ mit m < n oder m > n finden sich somit entweder nicht alle triadischen Qualitäten in den Trichotomien oder umgekehrt, so dass die Zahlenbereiche also entweder in den semiotischen Haupt- oder Stellenwerten defektiv oder sogar nicht vorhanden sind. Da der Zweck des vorliegenden Beitrags darin besteht, alle Zeichenklasse balancierter und unbalancierter semiotischer Systeme vorzulegen, sparen wir uns die Untersuchung der unbalancierten semiotischen Systemen für spätere Arbeiten auf.

Bibliographie

Toth, Alfred, Präsemiotische Dualsysteme. Ms. (2008a)
Toth, Alfred, Kombinationen präsemiotischer Zeichenklassen. Ms. (2008b)
Toth, Alfred, Die Transzendenzen des Zeichens. Ms. (2008c)
Toth, Alfred, Die Mitteltranszendenz des Zeichens. Ms. (2008d)
Toth, Alfred, Die semiotischen Zahlbereiche. Ms. (2008e)
Toth, Alfred, Mehrdimensionale Zahlen in qualitativen semiotischen Systemen. Ms. (2008f)
Toth, Alfred, Die präsemiotischen Dualsysteme nicht-transzendenter Zeichenrelationen. Ms. (2008g)
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlbereiche und Transzendenzen. Ms. (2008h)
Toth, Alfred, Zeichenmodelle der vollständig nicht-transzendenten Zeichenrelation. Ms. (2008i)
Toth, Alfred, Die Überschreitung semiotischer Kontexturgrenzen. Ms. (2008j)

Pre-semiotic bonds

1. The present study continues some former work about semiotic bonds that has been restricted to classical semiotics (Toth 2008b, c, d). The first part investigates the possible bonds of the sub-signs of the pre-semiotic matrix over the pre-semiotic sign relation $SR_{4,3}$ = (0., .1., .2., .3.):

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

In the second part, we will have a look at the pre-semiotic bonds in the pre-semiotic sign classes and reality thematics under special consideration of their part-relations:

$SR_{4,3} = (0. \Rightarrow .1) \Rightarrow ((.1. \Rightarrow .2.) \Rightarrow (.2. \Rightarrow .3.))$

Thus, $SR_{4,3}$ consists of the following primary relations: the monadic relation (0.), the dyadic relation $(.1. \Rightarrow .2.)$, the triadic relation $(0. \Rightarrow .1 \Rightarrow .2.)$ and the tetradic relation $(0. \Rightarrow .1 \Rightarrow .2. \Rightarrow .3.)$, and of the following $2 \cdot 6 = 12$ secondary relations:

$(3.1) \rightarrow (2.1)$	$(1.3) \rightarrow (1.2)$
$(2.1) \rightarrow (1.1)$	$(1.2) \rightarrow (1.1)$
$(1.1) \rightarrow (0.1)$	$(1.1) \rightarrow (1.0)$
$(3.1) \rightarrow (1.1)$	$(1.2) \rightarrow (1.1)$
$(3.1) \rightarrow (0.1)$	$(1.3) \rightarrow (1.0)$
$(2.1) \rightarrow (0.1)$	$(1.2) \rightarrow (1.0)$

for the pre-semiotic sign classes and their reality thematics, respectively.

2. In the following, we show the pre-semiotic bonds for the sub-signs of the pre-semiotic (4×3) matrix:

Semiotic bonds of the Pre-Quali (0.1):

$$\begin{tikzcd}
0.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(0.1) = 3
\end{tikzcd}$$

(0.1) → (0.2) = (X.Y) → (X.Y+1)
(0.1) → (1.1) = (X.Y) → (X+1.Y)
(0.1) → (1.2) = (X.Y) → (X+1.Y+1)

Semiotic bonds of the Pre-Sin (0.2):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(0.2) = 5
\end{tikzcd}$$

(0.2) → (0.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(0.2) → (0.3) = (X.Y) → (X.Y+1)
(0.2) → (1.1) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(0.2) → (1.2) = (X.Y) → (X+1.Y)
(0.2) → (1.3) = (X.Y) → (X+1.Y+1)

Semiotic bonds of the Pre-Legi (0.3):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(0.3) = 3
\end{tikzcd}$$

(0.3) → (0.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(0.3) → (1.2) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(0.3) → (1.3) = (X.Y) → (X+1.Y)

Semiotic bonds of the Quali-Sign (1.1):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.1) = 5
\end{tikzcd}$$

(1.1) → (0.1) = (X.Y) → (X-1.Y)
(1.1) → (0.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(1.1) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y+1)
(1.1) → (2.1) = (X.Y) → (X+1.Y)
(1.1) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y+1)

Semiotic bonds of the Sin-Sign (1.2):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.2) = 8
\end{tikzcd}$$

(1.2) → (0.1) = (X.Y) → (X-1.Y-1)
(1.2) → (0.2) = (X.Y) → (X-1.Y)
(1.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(1.2) → (1.1) = (X.Y) → (X.Y-1)

Semiotic bonds of the Legi-Sign (1.3):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.3) = 5
\end{tikzcd}$$

(1.3) → (0.2) = (X.Y) → (X-1.Y-1)
(1.3) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y)
(1.3) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.3) → (2.2) = (X.Y) → (X+1.Y-1)

$(1.2) \rightarrow (1.3) = (X.Y) \rightarrow (X.Y+1)$
$(1.2) \rightarrow (2.1) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y-1)$
$(1.2) \rightarrow (2.2) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y)$
$(1.2) \rightarrow (2.3) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y+1)$

$(1.3) \rightarrow (2.3) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y)$

Semiotic bonds of the Icon (2.1):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd} \qquad SV(2.1) = 5$$

$(2.1) \rightarrow (1.1) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y)$
$(2.1) \rightarrow (1.2) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y+1)$
$(2.1) \rightarrow (2.2) = (X.Y) \rightarrow (X.Y+1)$
$(2.1) \rightarrow (3.1) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y)$
$(2.1) \rightarrow (3.2) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y+1)$

Semiotic bonds of the Index (2.2):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd} \qquad SV(2.2) = 8$$

$(2.2) \rightarrow (1.1) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y-1)$
$(2.2) \rightarrow (1.2) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y)$
$(2.2) \rightarrow (1.3) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y+1)$
$(2.2) \rightarrow (2.1) = (X.Y) \rightarrow (X.Y-1)$
$(2.2) \rightarrow (2.3) = (X.Y) \rightarrow (X.Y+1)$
$(2.2) \rightarrow (3.1) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y-1)$
$(2.2) \rightarrow (3.2) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y)$
$(2.2) \rightarrow (3.3) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y+1)$

Semiotic bonds of the Symbol (2.3):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd} \qquad SV(2.3) = 5$$

$(2.3) \rightarrow (1.2) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y-1)$
$(2.3) \rightarrow (1.3) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y)$
$(2.3) \rightarrow (2.2) = (X.Y) \rightarrow (X.Y-1)$
$(2.3) \rightarrow (3.2) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y-1)$
$(2.3) \rightarrow (3.3) = (X.Y) \rightarrow (X+1.Y)$

Semiotic bonds of the Rhema (3.1):

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd} \qquad SV(3.1) = 3$$

$(3.1) \rightarrow (2.1) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y)$
$(3.1) \rightarrow (2.2) = (X.Y) \rightarrow (X-1.Y+1)$
$(3.1) \rightarrow (3.2) = (X.Y) \rightarrow (X.Y+1)$

Semiotic bonds of the Dicent (3.2):

$$\begin{tikzcd} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.3 \end{tikzcd} \qquad SV(3.2) = 5$$

(3.2) → (2.1) = (X.Y) → (X-1.Y-1)
(3.2) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y)
(3.2) → (2.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(3.2) → (3.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(3.2) → (3.3) = (X.Y) → (X.Y+1)

Semiotic bonds of the Argument (3.3):

$$\begin{tikzcd} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u] \end{tikzcd} \qquad SV(3.3) = 3$$

(3.3) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y-1)
(3.3) → (2.3) = (X.Y) → (X-1.Y)
(3.3) → (3.2) = (X.Y) → (X.Y-1)

Thus, the (X.Y) notation for a sub-sign used gives some insights into pre-semotic number theory, too (cf. Bense 1975, pp. 167 ss.; Toth 2008a, pp. 151 ss., 155 ss., 295 ss.). Diagonality has the following sub-sign structure [X±1.Y±1], for dual sub-signs, we have. (a.b) → (b.a): (X.Y) → (X+z.Y-z), z ∈ {1, 2, 3}, but cf. also: (2.1) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-1), so that the scheme (X+z.Y-z) generally stands for transformations of a sub-signs into another with identical representation value.

3. Bonds in pre-semiotic sign classes and reality thematics:

1 (3.1 2.1 1.1 0.1) × (1.0 1.1 1.2 1.3)

(3.1) → (2.1) = (X.Y) → (X-1.Y)	(1.3) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(2.1) → (1.1) = (X.Y) → (X-1.Y)	(1.2) → (1.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.1) → (0.1) = (X.Y) → (X-1.Y)	(1.1) → (1.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(3.1) → (1.1) = (X.Y) → (X-2.Y)	(1.2) → (1.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(3.1) → (0.1) = (X.Y) → (X-3.Y)	(1.3) → (1.0) = (X.Y) → (X.Y-3)
(2.1) → (0.1) = (X.Y) → (X-2.Y)	(1.2) → (1.0) = (X.Y) → (X.Y-2)

2 (3.1 2.1 1.1 0.2) × (2.0 1.1 1.2 1.3)

(3.1) → (2.1) = (X.Y) → (X-1.Y)	(1.3) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y-2)
(2.1) → (1.1) = (X.Y) → (X-1.Y)	(1.2) → (1.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.1) → (0.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)	(1.1) → (2.0) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(3.1) → (1.1) = (X.Y) → (X-2.Y)	(1.3) → (1.1) = (X.Y) → (X.Y-2)
(3.1) → (0.2) = (X.Y) → (X-3.Y+1)	(1.3) → (2.0) = (X.Y) → (X+1.Y-3)
(2.1) → (0.2) = (X.Y) → (X-2.Y+1)	(1.2) → (2.0) = (X.Y) → (X+1.Y-2)

3 (3.1 2.1 1.1 0.3) × (3.0 1.1 1.2 1.3)

(3.1) → (2.1) = (X.Y) → (X-1.Y)	(1.3) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(2.1) → (1.1) = (X.Y) → (X-1.Y)	(1.2) → (1.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y+2)	(1.1) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-1)

(3.1) → (1.1) = (X.Y) → (X-2.Y)
(3.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+2)
(2.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y+2)

(1.3) → (1.1) = (X.Y) → (X.Y-2)
(1.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-3)
(1.2) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-2)

4 (3.1 2.1 1.2 0.2) × (2.0 2.1 1.2 1.3)

(3.1) → (2.1) = (X.Y) → (X-1.Y)
(2.1) → (1.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(1.2) → (0.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(3.1) → (1.2) = (X.Y) → (X-2.Y+1)
(3.1) → (0.2) = (X.Y) → (X-3.Y+1)
(2.1) → (0.2) = (X.Y) → (X-2.Y+1)

(1.3) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.2) → (2.1) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(2.1) → (2.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.3) → (2.1) = (X.Y) → (X+1.Y-2)
(1.3) → (2.0) = (X.Y) → (X+1.Y-3)
(1.2) → (2.0) = (X.Y) → (X+1.Y-2)

5 (3.1 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 1.3)

(3.1) → (2.1) = (X.Y) → (X-1.Y)
(2.1) → (1.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(1.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(3.1) → (1.2) = (X.Y) → (X-2.Y+1)
(3.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+2)
(2.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y+2)

(1.3) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.2) → (2.1) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(2.1) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(1.3) → (2.1) = (X.Y) → (X+1.Y-2)
(1.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-3)
(1.2) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-2)

6 (3.1 2.1 1.3 0.3) × (3.0 3.1 1.2 1.3)

(3.1) → (2.1) = (X.Y) → (X-1.Y)
(2.1) → (1.3) = (X.Y) → (X-1.Y+2)
(1.3) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y)
(3.1) → (1.3) = (X.Y) → (X-2.Y+2)
(3.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+2)
(2.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y+2)

(1.3) → (1.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.2) → (1.3) = (X.Y) → (X.Y+1)
(3.1) → (3.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.3) → (3.1) = (X.Y) → (X+2.Y-2)
(1.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-3)
(1.2) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-2)

7 (3.1 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 1.3)

(3.1) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(2.2) → (1.2) = (X.Y) → (X-1.Y)
(1.2) → (0.2) = (X.Y) → (X-1.Y)
(3.1) → (1.2) = (X.Y) → (X-2.Y+1)
(3.1) → (0.2) = (X.Y) → (X-3.Y+1)
(2.2) → (0.2) = (X.Y) → (X-2.Y)

(1.3) → (2.2) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(2.2) → (2.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(2.1) → (2.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.3) → (2.1) = (X.Y) → (X+1.Y-2)
(1.3) → (2.0) = (X.Y) → (X+1.Y-3)
(2.2) → (2.0) = (X.Y) → (X.Y-2)

8 (3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 1.3)

(3.1) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(2.2) → (1.2) = (X.Y) → (X-1.Y)
(1.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)
(3.1) → (1.2) = (X.Y) → (X-2.Y+1)
(3.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+2)
(2.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y+1)

(1.3) → (2.2) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(2.2) → (2.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(2.1) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(1.3) → (2.1) = (X.Y) → (X+1.Y-2)
(1.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-3)
(2.2) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-2)

9 (3.1 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 1.3)

(3.1) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y+1)	(1.3) → (2.2) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(2.2) → (1.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)	(2.2) → (3.1) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(1.3) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y)	(3.1) → (3.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(3.1) → (1.3) = (X.Y) → (X-2.Y+2)	(1.3) → (3.1) = (X.Y) → (X+2.Y-2)
(3.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+2)	(1.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-3)
(2.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y+1)	(2.2) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-2)

10 (3.1 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 1.3)

(3.1) → (2.3) = (X.Y) → (X-1.Y+2)	(1.3) → (3.2) = (X.Y) → (X+2.Y-1)
(2.3) → (1.3) = (X.Y) → (X-1.Y)	(3.2) → (3.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.3) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y)	(3.1) → (3.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(3.1) → (1.3) = (X.Y) → (X-2.Y+2)	(1.3) → (3.1) = (X.Y) → (X+2.Y-2)
(3.1) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+2)	(1.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+2.Y-3)
(2.3) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y)	(3.2) → (3.0) = (X.Y) → (X.Y-2)

11 (3.2 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 2.3)

(3.2) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y)	(2.3) → (2.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(2.2) → (1.2) = (X.Y) → (X-1.Y)	(2.2) → (2.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.2) → (0.2) = (X.Y) → (X-1.Y)	(2.1) → (2.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(3.2) → (1.2) = (X.Y) → (X-2.Y)	(2.3) → (2.1) = (X.Y) → (X.Y-2)
(3.2) → (0.2) = (X.Y) → (X-3.Y)	(2.3) → (2.0) = (X.Y) → (X.Y-3)
(2.2) → (0.2) = (X.Y) → (X-2.Y)	(2.2) → (2.0) = (X.Y) → (X.Y-2)

12 (3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 2.3)

(3.2) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y)	(2.3) → (2.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(2.2) → (1.2) = (X.Y) → (X-1.Y)	(2.2) → (2.1) = (X.Y) → (X.Y-1)
(1.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)	(2.1) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(3.2) → (1.2) = (X.Y) → (X-2.Y)	(2.3) → (2.1) = (X.Y) → (X.Y-2)
(3.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+1)	(2.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-3)
(2.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y+1)	(2.2) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-2)

13 (3.2 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 2.3)

(3.2) → (2.2) = (X.Y) → (X-1.Y)	(2.3) → (2.2) = (X.Y) → (X.Y-1)
(2.2) → (1.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)	(2.2) → (3.1) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(1.3) → (0.3) = (X.Y) → (X-1.Y)	(3.1) → (3.0) = (X.Y) → (X.Y-1)
(3.2) → (1.3) = (X.Y) → (X-2.Y+1)	(2.3) → (3.1) = (X.Y) → (X+1.Y-2)
(3.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-3.Y+1)	(2.3) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-3)
(2.2) → (0.3) = (X.Y) → (X-2.Y+1)	(2.2) → (3.0) = (X.Y) → (X+1.Y-2)

14 (3.2 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 2.3)

(3.2) → (2.3) = (X.Y) → (X-1.Y+1)	(2.3) → (3.2) = (X.Y) → (X+1.Y-1)
(2.3) → (1.3) = (X.Y) → (X-1.Y)	(3.2) → (3.1) = (X.Y) → (X.Y-1)

$(1.3) \rightarrow (0.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}1.Y)$ $\qquad$ $(3.1) \rightarrow (3.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(3.2) \rightarrow (1.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}2.Y{+}1)$ $\qquad$ $(2.3) \rightarrow (3.1) = (X.Y) \rightarrow (X{+}1.Y\text{-}2)$
$(3.2) \rightarrow (0.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}3.Y{+}1)$ $\qquad$ $(2.3) \rightarrow (3.0) = (X.Y) \rightarrow (X{+}1.Y\text{-}3)$
$(2.3) \rightarrow (0.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}2.Y)$ $\qquad$ $(3.2) \rightarrow (3.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}2)$

15 $(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 3.2\ 3.3)$
$(3.3) \rightarrow (2.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}1.Y)$ $\qquad$ $(3.3) \rightarrow (3.2) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(2.3) \rightarrow (1.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}1.Y)$ $\qquad$ $(3.2) \rightarrow (3.1) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(1.3) \rightarrow (0.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}1.Y)$ $\qquad$ $(3.1) \rightarrow (3.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(3.3) \rightarrow (1.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}2.Y)$ $\qquad$ $(3.3) \rightarrow (3.1) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}2)$
$(3.3) \rightarrow (0.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}3.Y)$ $\qquad$ $(3.3) \rightarrow (3.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}3)$
$(2.3) \rightarrow (0.3) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}2.Y)$ $\qquad$ $(3.2) \rightarrow (3.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}2)$

Thus, we have for the following relational schemes for the 3 main sign classes (3.1 2.1 1.1 0.1), (3.2 2.2 1.2 0.2), and (3.3 2.3 1.3 0.3):

$(3.a) \rightarrow (2.a) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}1.Y)$ $\qquad$ $(a.3) \rightarrow (a.2) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(2.a) \rightarrow (1.a) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}1.Y)$ $\qquad$ $(a.2) \rightarrow (a.1) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(1.a) \rightarrow (0.a) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}1.Y)$ $\qquad$ $(a.1) \rightarrow (a.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(3.a) \rightarrow (1.a) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}2.Y)$ $\qquad$ $(a.2) \rightarrow (a.1) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}1)$
$(3.a) \rightarrow (0.a) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}3.Y)$ $\qquad$ $(a.3) \rightarrow (a.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}3)$
$(2.a) \rightarrow (0.a) = (X.Y) \rightarrow (X\text{-}2.Y)$ $\qquad$ $(a.2) \rightarrow (a.0) = (X.Y) \rightarrow (X.Y\text{-}2)$,

where $a \in \{1, 2, 3\}$.

Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads and triads. Ch. 18 (vol. I) (2008b)
Toth, Alfred, Bond structures of sign classes. Ch. 19 (vol. I) (2008c)
Toth, Alfred, Semiotic covalent bonds. Ch. 20 (2008d)

Bond structures of sign classes

1. In Toth (2008b), it was shown that the sign relation shows similar bond phenomena like the atom thus. Therefore, we differentiated between monadic, dyadic and triadic semiotic bond structures. In the following contribution, we shall deal exclusively with bond structures of sign classes. The first part is dedicated to bonds between different sign classes, and the second part deals with bonds between transpositions of the same sign class.

2. First, we shall have a look at bonds between different sign classes. For the following overview, we shall refer to the below numbering of the 10 sign classes:

1	(3.1 2.1 1.1)
2	(3.1 2.1 1.2)
3	(3.1 2.1 1.3)
4	(3.1 2.2 1.2)
5	(3.1 2.2 1.3)
6	(3.1 2.3 1.3)
7	(3.2 2.2 1.2)
8	(3.2 2.2 1.3)
9	(3.2 2.3 1.3)
10	(3.3 2.3 1.3)

If we skip the trivial cases of the combination of a sign class with itself, we get the following combinatorial possibilities:

1/2 = 2; 1/3 = 2; 1/4 = 1; 1/5 = 1; 1/6 = 1; 1/7 = 0; 1/8 = 0; 1/9 = 0; 1/10 = 0
2/3 = 2; 2/4 = 2; 2/5 = 1; 2/6 = 1; 2/7 = 1; 2/8 = 0; 2/9 = 0; 2/10 = 0
3/4 = 1; 3/5 = 2; 3/6 = 2; 3/7 = 0; 3/8 = 1; 3/9 = 1; 3/10 = 1
4/5 = 2; 4/6 = 1; 4/7 = 2; 4/8 = 1; 4/9 = 0; 4/10 = 0
5/6 = 2; 5/7 = 1; 5/8 = 2; 5/9 = 1; 5/10 = 1
6/7 = 0; 6/8 = 1; 6/9 = 2; 6/10 = 2
7/8 = 2; 7/9 = 1; 7/10 = 0
8/9 = 2; 8/10 = 1
9/10 = 2

Thus, the semiotic valency can take the values 0, 1 or 2. Now, we will show the semiotic bonds, referring to the semiotic valency (SV) of the pairs of sign classes and indicating if the bound sub-signs are adjacent or not:

1/2 = ($\underline{3.1\ 2.1}$ 1.1) / ($\underline{3.1\ 2.1}$ 1.2)	SV = 2	adjacent
1/3 = ($\underline{3.1\ 2.1}$ 1.1) / ($\underline{3.1\ 2.1}$ 1.3)	SV = 2	adjacent
1/4 = ($\underline{3.1}$ 2.1 1.1) / ($\underline{3.1}$ 2.2 1.2)	SV = 1	-
1/5 = ($\underline{3.1}$ 2.1 1.1) / ($\underline{3.1}$ 2.2 1.3)	SV = 1	-
1/6 = ($\underline{3.1}$ 2.1 1.1) / ($\underline{3.1}$ 2.3 1.3)	SV = 1	-
1/7 = (3.1 2.1 1.1) / (3.2 2.2 1.2)	SV = 0	-
1/8 = (3.1 2.1 1.1) / (3.2 2.2 1.3)	SV = 0	-

1/9 = (3.1 2.1 1.1) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 0	-
1/10 = (3.1 2.1 1.1) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 0	-
2/3 = (3.1 2.1 1.2) / (3.1 2.1 1.3)	SV = 2	adjacent
2/4 = (3.1 2.1 1.2) / (3.1 2.2 1.2)	SV = 2	non-adjacent
2/5 = (3.1 2.1 1.2) / (3.1 2.2 1.3)	SV = 1	-
2/6 = (3.1 2.1 1.2) / (3.1 2.3 1.3)	SV = 1	-
2/7 = (3.1 2.1 1.2) / (3.2 2.2 1.2)	SV = 1	-
2/8 = (3.1 2.1 1.2) / (3.2 2.2 1.3)	SV = 0	-
2/9 = (3.1 2.1 1.2) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 0	-
2/10 = (3.1 2.1 1.2) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 0	-
3/4 = (3.1 2.1 1.3) / (3.1 2.2 1.2)	SV = 1	
3/5 = (3.1 2.1 1.3) / (3.1 2.2 1.3)	SV = 2	non-adjacent
3/6 = (3.1 2.1 1.3) / (3.1 2.3 1.3)	SV = 2	non-adjacent
3/7 = (3.1 2.1 1.3) / (3.2 2.2 1.2)	SV = 0	-
3/8 = (3.1 2.1 1.3) / (3.2 2.2 1.3)	SV = 1	-
3/9 = (3.1 2.1 1.3) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 1	-
3/10 = (3.1 2.1 1.3) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 1	-
4/5 = (3.1 2.2 1.2) / (3.1 2.2 1.3)	SV = 2	adjacent
4/6 = (3.1 2.2 1.2) / (3.1 2.3 1.3)	SV = 1	-
4/7 = (3.1 2.2 1.2) / (3.2 2.2 1.2)	SV = 2	adjacent
4/8 = (3.1 2.2 1.2) / (3.2 2.2 1.3)	SV = 1	-
4/9 = (3.1 2.2 1.2) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 0	-
4/10 = (3.1 2.2 1.2) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 0	-
5/6 = (3.1 2.2 1.3) / (3.1 2.3 1.3)	SV = 2	non-adjacent
5/7 = (3.1 2.2 1.3) / (3.2 2.2 1.2)	SV = 1	-
5/8 = (3.1 2.2 1.3) / (3.2 2.2 1.3)	SV = 2	adjacent
5/9 = (3.1 2.2 1.3) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 1	-
5/10 = (3.1 2.2 1.3) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 1	-
6/7 = (3.1 2.3 1.3) / (3.2 2.2 1.2)	SV = 0	-
6/8 = (3.1 2.3 1.3) / (3.2 2.2 1.3)	SV = 1	-
6/9 = (3.1 2.3 1.3) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 2	adjacent
6/10 = (3.1 2.3 1.3) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 2	adjacent
7/8 = (3.2 2.2 1.2) / (3.2 2.2 1.3)	SV = 2	adjacent
7/9 = (3.2 2.2 1.2) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 1	-
7/10 = (3.2 2.2 1.2) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 0	-
8/9 = (3.2 2.2 1.3) / (3.2 2.3 1.3)	SV = 2	non-adjacent
8/10 = (3.2 2.2 1.3) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 1	-
9/10 = (3.2 2.3 1.3) / (3.3 2.3 1.3)	SV = 2	adjacent

Further, we may group our results into the following 4 blocks of semiotic bonds: strong semiotic bonds (SV = 2; adjacent), weaker semiotic bonds (SV = 2; non-adjacent), weak semiotic bonds (SV = 1), and semiotic zero-bonds (SV = 0):

Strong semiotic bonds:

1/2 = (<u>3.1 2.1</u> 1.1) / (<u>3.1 2.1</u> 1.2)	SV = 2	adjacent
1/3 = (<u>3.1 2.1</u> 1.1) / (<u>3.1 2.1</u> 1.3)	SV = 2	adjacent
2/3 = (<u>3.1 2.1</u> 1.2) / (<u>3.1 2.1</u> 1.3)	SV = 2	adjacent
4/5 = (<u>3.1 2.2</u> 1.2) / (<u>3.1 2.2</u> 1.3)	SV = 2	adjacent
4/7 = (3.1 <u>2.2 1.2</u>) / (3.2 <u>2.2 1.2</u>)	SV = 2	adjacent
5/8 = (3.1 <u>2.2 1.3</u>) / (3.2 <u>2.2 1.3</u>)	SV = 2	adjacent
6/9 = (3.1 <u>2.3 1.3</u>) / (3.2 <u>2.3 1.3</u>)	SV = 2	adjacent
6/10 = (3.1 <u>2.3 1.3</u>) / (3.3 <u>2.3 1.3</u>)	SV = 2	adjacent
7/8 = (<u>3.2 2.2</u> 1.2) / (<u>3.2 2.2</u> 1.3)	SV = 2	adjacent
9/10 = (3.2 <u>2.3 1.3</u>) / (3.3 <u>2.3 1.3</u>)	SV = 2	adjacent

Weaker semiotic bonds:

2/4 = (<u>3.1</u> 2.1 <u>1.2</u>) / (<u>3.1</u> 2.2 <u>1.2</u>)	SV = 2	non-adjacent
3/5 = (<u>3.1</u> 2.1 <u>1.3</u>) / (<u>3.1</u> 2.2 <u>1.3</u>)	SV = 2	non-adjacent
3/6 = (<u>3.1</u> 2.1 <u>1.3</u>) / (<u>3.1</u> 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 2	non-adjacent
5/6 = (<u>3.1</u> 2.2 <u>1.3</u>) / (<u>3.1</u> 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 2	non-adjacent
8/9 = (<u>3.2</u> 2.2 <u>1.3</u>) / (<u>3.2</u> 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 2	non-adjacent

Weak semiotic bonds:

1/4 = (<u>3.1</u> 2.1 1.1) / (<u>3.1</u> 2.2 1.2)	SV = 1	-
1/5 = (<u>3.1</u> 2.1 1.1) / (<u>3.1</u> 2.2 1.3)	SV = 1	-
1/6 = (<u>3.1</u> 2.1 1.1) / (<u>3.1</u> 2.3 1.3)	SV = 1	-
2/5 = (<u>3.1</u> 2.1 1.2) / (<u>3.1</u> 2.2 1.3)	SV = 1	-
2/6 = (<u>3.1</u> 2.1 1.2) / (<u>3.1</u> 2.3 1.3)	SV = 1	-
2/7 = (3.1 2.1 <u>1.2</u>) / (3.2 2.2 <u>1.2</u>)	SV = 1	-
3/4 = (<u>3.1</u> 2.1 1.3) / (<u>3.1</u> 2.2 1.2)	SV = 1	
3/8 = (3.1 2.1 <u>1.3</u>) / (3.2 2.2 <u>1.3</u>)	SV = 1	-
3/9 = (3.1 2.1 <u>1.3</u>) / (3.2 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 1	-
3/10 = (3.1 2.1 <u>1.3</u>) / (3.3 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 1	-
4/6 = (<u>3.1</u> 2.2 1.2) / (<u>3.1</u> 2.3 1.3)	SV = 1	-
4/8 = (3.1 <u>2.2</u> 1.2) / (3.2 <u>2.2</u> 1.3)	SV = 1	-
5/7 = (3.1 <u>2.2</u> 1.3) / (3.2 <u>2.2</u> 1.2)	SV = 1	-
5/9 = (3.1 2.2 <u>1.3</u>) / (3.2 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 1	-
5/10 = (3.1 2.2 <u>1.3</u>) / (3.3 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 1	-
6/8 = (3.1 2.3 <u>1.3</u>) / (3.2 2.2 <u>1.3</u>)	SV = 1	-
7/9 = (<u>3.2</u> 2.2 1.2) / (<u>3.2</u> 2.3 1.3)	SV = 1	-
8/10 = (3.2 2.2 <u>1.3</u>) / (3.3 2.3 <u>1.3</u>)	SV = 1	-

No semiotic bonds:

1/7 = (3.1 2.1 1.1) / (3.2 2.2 1.2)   SV = 0   -
1/8 = (3.1 2.1 1.1) / (3.2 2.2 1.3)   SV = 0   -
1/9 = (3.1 2.1 1.1) / (3.2 2.3 1.3)   SV = 0   -
1/10 = (3.1 2.1 1.1) / (3.3 2.3 1.3)   SV = 0   -
2/8 = (3.1 2.1 1.2) / (3.2 2.2 1.3)   SV = 0   -
2/9 = (3.1 2.1 1.2) / (3.2 2.3 1.3)   SV = 0   -
2/10 = (3.1 2.1 1.2) / (3.3 2.3 1.3)   SV = 0   -
3/7 = (3.1 2.1 1.3) / (3.2 2.2 1.2)   SV = 0   -
4/9 = (3.1 2.2 1.2) / (3.2 2.3 1.3)   SV = 0   -
4/10 = (3.1 2.2 1.2) / (3.3 2.3 1.3)   SV = 0   -
6/7 = (3.1 2.3 1.3) / (3.2 2.2 1.2)   SV = 0   -
7/10 = (3.2 2.2 1.2) / (3.3 2.3 1.3)   SV = 0   -

3. Now, we shall turn our attention to bonds between transpositions of sign classes. As a representative example, we take the sign class (3.1 2.1 1.3). We will group all possible combinations of transpositions in the following three blocks: Combinations of transpositions amongst themselves (3.1), combinations of dual transpositions amongst themselves (3.2), and combinations of transpositions and dual transpositions (3.3). With straight underlining we mark bonds between sub-signs or pairs of sub-signs in the same order, with dotted underlining bonds between pairs of sub-signs in reverse order. Adjacency is marked by through underlining of sub-signs, while the weaker form of adjacency, which we call "neighborhood" is marked by non-through underlining. Thus, not only the quality of the sub-signs counts but their places, too, and we are not surprised that there are bonds between sub-signs that stand in different corresponding places. Some combinations have bond variations, which we shall list specially.

3.1. Transpositions vs. transpositions (SV = const. = 3):

(3.1 2.1 1.3) / (3.1 1.3 2.1)
(3.1 2.1 1.3) / (2.1 3.1 1.3)
(3.1 2.1 1.3) / (2.1 1.3 3.1)
(3.1 2.1 1.3) / (1.3 3.1 2.1)
(3.1 2.1 1.3) / (1.3 2.1 3.1)   (3.1 2.1 1.3) / (1.3 2.1 3.1)

(3.1 1.3 2.1) / (2.1 3.1 1.3)
(3.1 1.3 2.1) / (2.1 1.3 3.1)   (3.1 1.3 2.1) / (2.1 1.3 3.1)
(3.1 1.3 2.1) / (1.3 3.1 2.1)
(3.1 1.3 2.1) / (1.3 2.1 3.1)

(2.1 3.1 1.3) / (2.1 1.3 3.1)
(2.1 3.1 1.3) / (1.3 3.1 2.1)   (2.1 3.1 1.3) / (1.3 3.1 2.1)
(2.1 3.1 1.3) / (1.3 2.1 3.1)

(2.1 1.3 3.1) / (1.3 3.1 2.1)
(2.1 1.3 3.1) / (1.3 2.1 3.1)

(1.3 3.1 2.1) / (1.3 2.1 3.1)

3.2. Dual transpositions vs. dual transpositions (SV = const. = 3):

(3.1 1.2 1.3) / (1.2 3.1 1.3)
(3.1 1.2 1.3) / (3.1 1.3 1.2)
(3.1 1.2 1.3) / (1.3 3.1 1.2)
(3.1 1.2 1.3) / (1.2 1.3 3.1)
(3.1 1.2 1.3) / (1.3 1.2 3.1) (3.1 1.2 1.3) / (1.3 1.2 3.1)

(1.2 3.1 1.3) / (3.1 1.3 1.2)
(1.2 3.1 1.3) / (1.3 3.1 1.2) (1.2 3.1 1.3) / (1.3 3.1 1.2)
(1.2 3.1 1.3) / (1.2 1.3 3.1)
(1.2 3.1 1.3) / (1.3 1.2 3.1)

(3.1 1.3 1.2) / (1.3 3.1 1.2)
(3.1 1.3 1.2) / (1.2 1.3 3.1) (3.1 1.3 1.2) / (1.2 1.3 3.1)
(3.1 1.3 1.2) / (1.3 1.2 3.1)

(1.3 3.1 1.2) / (1.2 1.3 3.1)
(1.3 3.1 1.2) / (1.3 1.2 3.1)

(1.2 1.3 3.1) / (1.3 1.2 3.1)

3.3. Transpositions vs. dual transpositions (SV = const. = 2):

(3.1 2.1 1.3) / (1.2 3.1 1.3) non-adjacent/
(3.1 2.1 1.3) / (3.1 1.3 1.2) non-adjacent/neighboring
(3.1 2.1 1.3) / (1.3 3.1 1.2) non-adjacent/neighboring
(3.1 2.1 1.3) / (1.2 1.3 3.1) non-adjacent/neighboring
(3.1 2.1 1.3) / (1.3 1.2 3.1) non-adjacent/non-adjacent

(3.1 1.3 2.1) / (3.1 1.3 1.2) adjacent/adjacent
(3.1 1.3 2.1) / (1.3 3.1 1.2) adjacent/inverse-adjacent
(3.1 1.3 2.1) / (1.2 1.3 3.1) adjacent/inverse-adjacent
(3.1 1.3 2.1) / (1.3 1.2 3.1) neighboring/inverse-non adjacent

(2.1 3.1 1.3) / (1.3 3.1 1.2) adjacent/inverse-adjacent
(2.1 3.1 1.3) / (1.2 1.3 3.1) adjacent/inverse-adjacent
(2.1 3.1 1.3) / (1.3 1.2 3.1) neighboring/inverse-non adjacent

(2.1 1.3 3.1) / (1.2 1.3 3.1) adjacent/adjacent
(2.1 1.3 3.1) / (1.3 1.2 3.1) neighboring/non-adjacent

(1.3 3.1 2.1) / (1.3 1.2 3.1) neighboring/non-adjacent

Thus, adjacency and neighborhood are categories that become relevant only if we have to deal with combinations of transpositions and their dual counterparts, thus reality thematics.

The results obtained in this article as well as the previous results in Toth (2008b) show that the idea of interpreting connections between prime-signs, sub-signs, sign classes and their transpositions as semiotic bounds depending on semiotic valencies, goes far beyond an artistic paralleling of semiotics and atomic theory, since semiotic valency depends mostly on the relational (monadic, dyadic or triadic) type of the above mentioned semiotic items.

Bibliography

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads and triads. Ch. 18 (2008b)

Semiotic covalent bonds

1. In Toth (2008a) and (2008b), it has been shown that chemical bonds are somewhat related to sign connections, which therefore have been called “semiotic bonds”. In the present study, we will investigate the major types of covalent semiotic bonds.

2. Sign classes consist of dyadic sub-signs whose semiotic bonds are quite different from the bonds of the sign classes (cf. Toth 2008b). First, we show the semiotic bonds of the 9 sub-signs of the semiotic matrix and indicate the semiotic valency (SV) of each sub-sign:

Semiotic bonds of the Quali-Sign (1.1):

$$\begin{tikzcd} 1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 & \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.1) = 3 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Sin-Sign (1.2):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 & \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.2) = 5 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Legi-Sign (1.3):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] & \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.3) = 3 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Icon (2.1):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 & \\ 2.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.1) = 5 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Index (2.2):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 & \\ 2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.2) = 9 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Symbol (2.3):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 & \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.3) = 5 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Rhema (3.1):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 & \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & \\ 3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3 & SV(3.1) = 3 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Dicent (3.2):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 & \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & \\ 3.1 & 3.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] & 3.3 & SV(3.2) = 5 \end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Argument (3.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u]
\end{tikzcd} \qquad SV(3.3) = 3$$

3. Thus, each sub-sign has valency 3, 5, or 8 and can therefore enter sign-classes, which contain those sub-signs, which are bound by the respective sub-signs. In the following, we will thus assign the set of sign classes to each sub-sign according to its semiotic bonding and valency.

3.1. Bonding-set of sign classes for (1.1)

$$\left(\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{array}{l}
(3.1\ 2.1\ 1.1),\ (3.2\ 2.2\ 1.2) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2),\ (3.2\ 2.2\ 1.3) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3)
\end{array}\right\}$$

SV = 3 SV = 7

3.2. Bonding-set of sign classes for (1.2)

$$\left(\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{array}{l}
(3.1\ 2.1\ 1.1),\ (3.1\ 2.3\ 1.3) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2),\ (3.2\ 2.2\ 1.2) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3),\ (3.2\ 2.2\ 1.3) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2),\ (3.2\ 2.3\ 1.3) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3),\ (3.3\ 2.3\ 1.3)
\end{array}\right\}$$

SV = 5 SV = 10

3.3. Bonding-set of sign classes for (1.3)

$$\left(\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{array}{l}
(3.1\ 2.2\ 1.2),\ (3.2\ 2.3\ 1.3) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3),\ (3.3\ 2.3\ 1.3) \\
(3.1\ 2.3\ 1.3) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2) \\
(3.2\ 2.2\ 1.3)
\end{array}\right\}$$

SV = 3 SV = 7

3.4. Bonding-set of sign classes for (2.1)

$$\left(\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{matrix} (3.1\ 2.1\ 1.1) \\ (3.1\ 2.1\ 1.2) \\ (3.1\ 2.2\ 1.2) \\ (3.2\ 2.2\ 1.2) \end{matrix}\right\}$$

SV = 5 SV = 4

3.5. Bonding-set of sign classes for (2.2)

$$\left(\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{matrix} (3.1\ 2.1\ 1.1),\ (3.1\ 2.3\ 1.3) \\ (3.1\ 2.1\ 1.2),\ (3.2\ 2.2\ 1.2) \\ (3.1\ 2.1\ 1.3),\ (3.2\ 2.2\ 1.3) \\ (3.1\ 2.2\ 1.2),\ (3.2\ 2.3\ 1.3) \\ (3.1\ 2.2\ 1.3),\ (3.3\ 2.3\ 1.3) \end{matrix}\right\}$$

SV = 9 SV = 10

3.6. Bonding-set of sign classes for (2.3)

$$\left(\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{matrix} (3.2\ 2.2\ 1.2) \\ (3.2\ 2.2\ 1.3) \\ (3.2\ 2.3\ 1.3) \\ (3.3\ 2.3\ 1.3) \end{matrix}\right\}$$

SV = 5 SV = 4

3.7. Bonding-set of sign classes for (3.1)

$$\left(\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{matrix} (3.1\ 2.1\ 1.1) \\ (3.1\ 2.1\ 1.2) \\ (3.1\ 2.2\ 1.2) \\ (3.2\ 2.2\ 1.2) \end{matrix}\right\}$$

SV = 3 SV = 4

3.8. Bonding-set of sign classes for (3.2)

$$\left(\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] & 3.3 \end{tikzcd}\right) \rightarrow \left\{\begin{matrix} (3.1\ 2.1\ 1.1),\ (3.1\ 2.3\ 1.3) \\ (3.1\ 2.1\ 1.2),\ (3.2\ 2.2\ 1.2) \\ (3.1\ 2.1\ 1.3),\ (3.2\ 2.2\ 1.3) \\ (3.1\ 2.2\ 1.2),\ (3.2\ 2.3\ 1.3) \\ (3.1\ 2.2\ 1.3),\ (3.3\ 2.3\ 1.3) \end{matrix}\right\}$$

SV = 5 SV = 10

3.9. Bonding-set of sign classes for (3.3)

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (3.2\ 2.2\ 1.2) \\ (3.2\ 2.2\ 1.3) \\ (3.2\ 2.3\ 1.3) \\ (3.3\ 2.3\ 1.3) \end{array} \right\}$$

SV = 3 SV = 4

4. Now, we will compare the 9 binding sets that we assigned to the 9 sub-signs. As abbreviations we shall use BS(1.1), ..., BS(3.3):

BS(1.1) = {(3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.1 2.1 1.2), (3.2 2.2 1.3), (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.3)}
BS(1.2) = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.3 1.3), (3.1 2.1 1.2), (3.2 2.2 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3), (3.1 2.2 1.2), (3.2 2.3 1.3), (3.1 2.2 1.3), (3.3 2.3 1.3)}
BS(1.3) = {(3.1 2.2 1.2), (3.2 2.3 1.3), (3.1 2.2 1.3), (3.3 2.3 1.3), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.3)}
BS(2.1) = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.2)}
BS(2.2) = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.3 1.3), (3.1 2.1 1.2), (3.2 2.2 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3), (3.1 2.2 1.2), (3.2 2.3 1.3), (3.1 2.2 1.3), (3.3 2.3 1.3)}
BS(2.3) = {(3.2 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.3), (3.2 2.3 1.3), (3.3 2.3 1.3)}
BS(3.1) = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.2)}
BS(3.2) = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.3 1.3), (3.1 2.1 1.2), (3.2 2.2 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3), (3.1 2.2 1.2), (3.2 2.3 1.3), (3.1 2.2 1.3), (3.3 2.3 1.3)}
BS(3.3) = {(3.2 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.3), (3.2 2.3 1.3), (3.3 2.3 1.3)}

As a result, we note that although BS(1.1) ≠ (1.2) ≠ ... ≠ (3.3), we obtain:

BS(1.2) = BS(2.2) = BS(3.2)
BS(2.1) = BS(3.1)
BS(2.3) = BS(3.3)

Bibliography

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads and triads. Ch. 18 (2008a)
Toth, Alfred, Bond structures of sign classes. Ch. 19 (2008b)

Semiotic valence numbers of monads, dyads and triads

1. In chemistry, the valency number is a measure of the number of chemical bonds formed by the atoms of a given element. Similarly, we may determine the number of **semiotic bonds** a sub-sign (monad), pairs of sub-signs (dyads) and sign classes or reality thematics (triads) can realize. As a measure, we shall introduce the **semiotic valency** (SV).

2. We start with monadic semiotic bonds. In the following diagrams, the arrows point to the directions of other sub-signs in the semiotic matrix, thus spanning up their semiotic bond-spectrum (cf. Bense 1975, pp. 35 ss.).

Semiotic bonds of the Quali-Sign (1.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.1) = 3
\end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Sin-Sign (1.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.2) = 5
\end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Legi-Sign (1.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.3) = 3
\end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Icon (2.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.1) = 5
\end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Index (2.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.2) = 9
\end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Symbol (2.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.3) = 5
\end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Rhema (3.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3 & SV(3.1) = 3
\end{tikzcd}$$

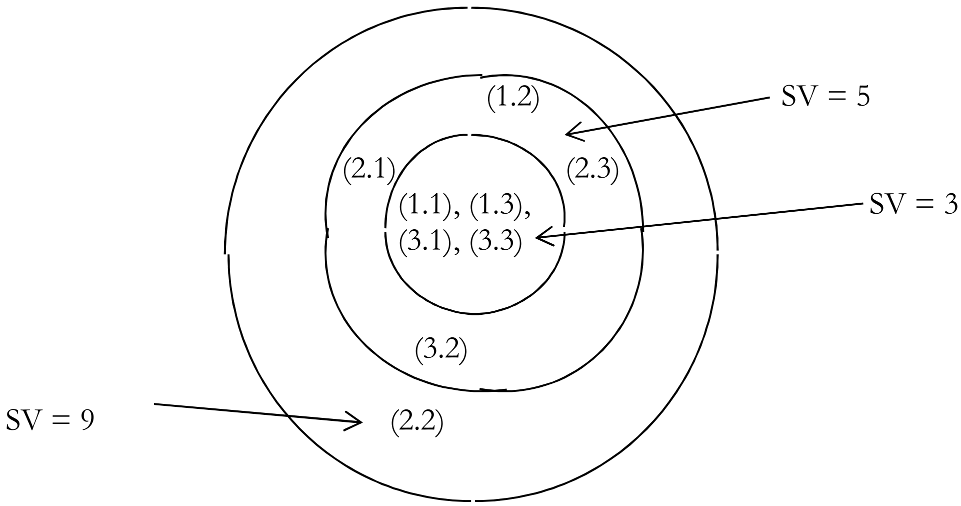
Semiotic bonds of the Dicent (3.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] & 3.3 & SV(3.2) = 5
\end{tikzcd}$$

Semiotic bonds of the Argument (3.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] & SV(3.3) = 3
\end{tikzcd}$$

As we can see, the 9 sub-signs (monads) can be gathered to groups of valencies 3, 5 and 8. We may visualize this result as follows:



3. We now come to dyads, i.e. pairs of sub-signs. Since we are upgrading from monads via dyads to triads, we have only to look for such dyads that obey the semiotic inclusion law, which in its most abstract form is (a.b) (c.d) with a, b, c, d $\in$ {1, 2, 3} and b $\leq$ d, thus excluding from the beginning dyadic combinations that will never be able to be concatenated to sign classes, such as (3.2 2.1) or (2.3 1.1), etc. Moreover, we will only allow such pairs of dyads in which c = (2.) if a = (3.) and c = (1.) if a = (2.), thus excluding redundancies in view that for sign classes the semiotic law of degenerative order of triadic values with a $\neq$ b $\neq$ c and therefore (3.a 2.b 1.c) with a $\leq$ b $\leq$ c will apply. Hence we will obtain the following combinations of pairs of dyads:

(3.1) (2.1)	(2.1 1.1)
(3.1) (2.2)	(2.1 1.2)
(3.1) (2.3)	(2.1 1.3)
(3.2) (2.2)	(2.2 1.2)
(3.2) (2.3)	(2.2 1.3)
(3.3) (3.1)	(2.3 1.3)

As we see, the structure of semiotic valency is the same for both groups of dyads, i.e. for the combinations of (3.a 2.b) as well as for (2.a 1.b). The general semiotic rule is that in dyads, the trichotomic value of the first sub-sign decides about the number of semiotic bonds. More exactly, this rule is:

$$\text{(a.b) (c.d)} \quad \begin{cases} \text{SV} = 3, \text{ if (.b)} = \text{(.1)} \\ \text{SV} = 2, \text{ if (.b)} = \text{(.2)} \\ \text{SV} = 1, \text{ if (.c)} = \text{(.3)} \end{cases} \quad (a, b, c, d \in \{1, 2, 3\})$$

Here, the semiotic "orbital" of trichotomic thirdness (.3) contains 2 elements ((3.3), (2.3)), the semiotic orbital of trichotomic secondness (.2) contains 4 elements (two times (3.2) and two times (2.2)), and the semiotic orbital of trichotomic firstness (.1) contains 6 elements (three times (3.1) and three times (2.1)).

4. Finally, we are reaching the level of sign classes and their dual reality thematics. Speaking of semiotic bonds, the question is here: Which sign classes (or reality thematics) from the system of the 10 sign classes, combined in groups of two or more, display which number of semiotic valency? In Toth (2008, pp. 28 ss.), I have given an overview over all possible connections of two sign classes, written as a/b (whereby both a and b stand for one sign class each) and indicating the number of sub-signs that they share. The sign classes, to which the below numbers refer, are:

11	(3.1 2.1 1.1)
12	(3.1 2.1 1.2)
13	(3.1 2.1 1.3)
14	(3.1 2.2 1.2)
15	(3.1 2.2 1.3)
16	(3.1 2.3 1.3)
17	(3.2 2.2 1.2)
18	(3.2 2.2 1.3)
19	(3.2 2.3 1.3)
20	(3.3 2.3 1.3)

Following our above terminology, we will consider the number of shared sign classes **inherent** in each of the 10 sign classes and their reality thematics as semiotic valency. The result is a figure, which is related to a semiotic variation of Pascal's triangle (cf. Toth 2007, p. 186 ss.).

1/2 = 2; 1/3 = 2; 1/4 = 1; 1/5 = 1; 1/6 = 1; 1/7 = 0; 1/8 = 0; 1/9 = 0; 1/10 = 0
2/3 = 2; 2/4 = 2; 2/5 = 1; 2/6 = 1; 2/7 = 1; 2/8 = 0; 2/9 = 0; 2/10 = 0
3/4 = 1; 3/5 = 2; 3/6 = 2; 3/7 = 0; 3/8 = 1; 3/9 = 1; 3/10 = 1
4/5 = 2; 4/6 = 1; 4/7 = 2; 4/8 = 1; 4/9 = 0; 4/10 = 0
5/6 = 2; 5/7 = 1; 5/8 = 2; 5/9 = 1; 5/10 = 1
6/7 = 0; 6/8 = 1; 6/9 = 2; 6/10 = 2
7/8 = 2; 7/9 = 1; 7/10 = 0
8/9 = 2; 8/10 = 1
9/10 = 2

Examples:

(3.2 2.2 1.2) / (3.3 2.3 1.3) = ∅
(3.2 2.2 1.3) / (3.3 2.3 1.3) = (1.3)
(3.2 2.3 1.3) / (3.3 2.3 1.3) = (2.3 1.3).

As we can see, the semiotic valency of sign classes and reality thematics is either 0, 1 or 2.

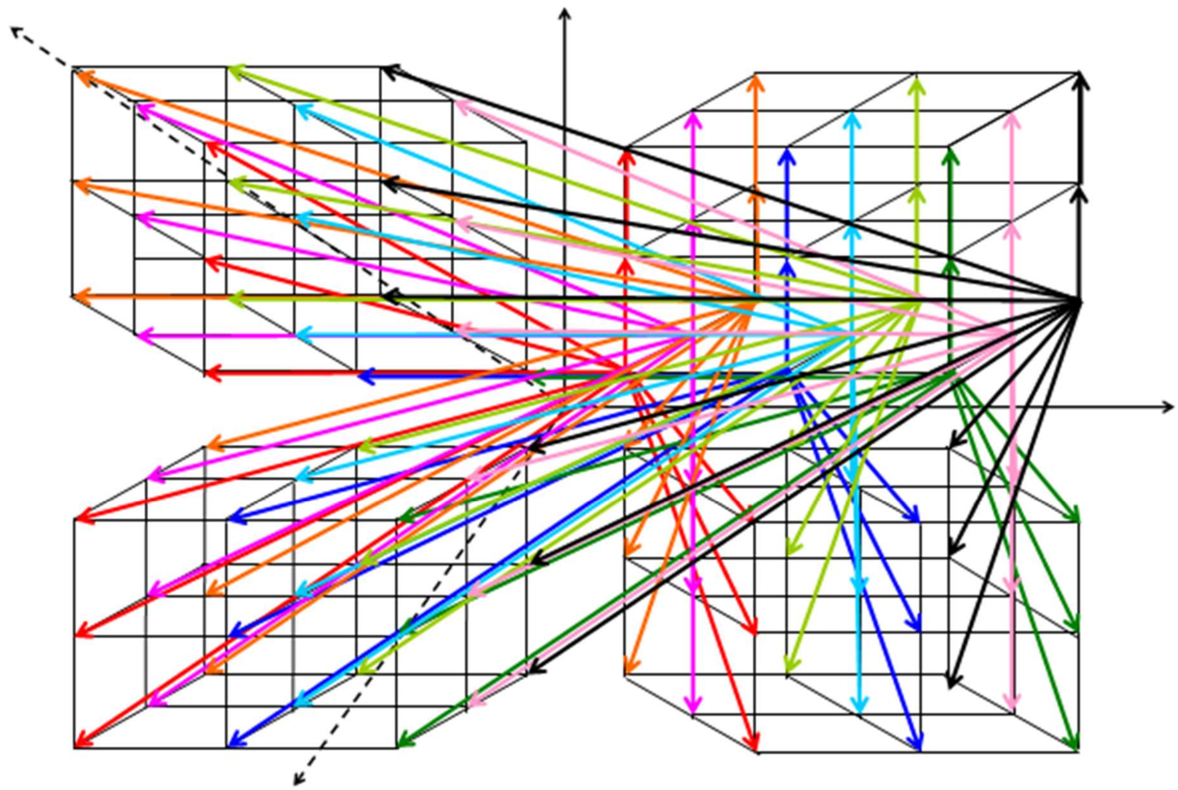
5. Considering that the chemical notion of "orbital" had already been introduced into semiotics by Karger (1983), and given our above new results in introducing the chemical notions of valency and bond into semiotics, we may dare asking the question if other chemical notions may be of theoretical use for semiotics, digging out again the old question if and to what extent the atomic structure of Matter has its counter-image in the semiotic structure of Mind.

Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Karger, Angelika, Semiotische Orbitalbildung der kategorialen Bezüge. In: Semiosis 32, 1983, pp. 25-30
Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008

Prof. Dr. Alfred Toth

4-dimensionale Valenz tetradischer Subzeichen im semiotischen Hyperraum



Das obige Bild zeigt, ausgehend von den 9 Subzeichen der Zeichenfläche der 1. Dimension des rechten oberen Zeichenkubus, der also in der Fläche des kartesischen 2-dimensionalen Koordinatensystems steht, wie diese Subzeichen

1. im ersten Kubus wie in den übrigen 3 Kuben innerhalb dieser Kuben hochprojiziert werden (vgl. Stiebing 1978, S. 77; Toth 2009a);
2. mit ihren entsprechenden 3- und 4-dimensionalen Subzeichen innerhalb aller 4 Kuben zusammenhängen.

Dabei wird also nicht die Valenz jedes der 3 bzw. 9 Subzeichen pro Zeichenfläche bzw. Kubus untereinander aufgezeigt; dies wurde bereits in Toth (2009b) behandelt, sondern es wird die dimensionale Valenz dieser Subzeichen dargestellt, die eben von einer doppelten Projektion, nämlich innerhalb jedes Kubus und zwischen allen Kuben, abhängen.

Da jeder der 4 Kuben aus 2 Teilkuben zusammengesetzt ist, die ja streng genommen erst einen 3-dimensionalen Zeichenkubus ausmachen, da ein einzelner 2 × 2 × 2 Kubus nur ein dyadisches Subzeichen, wiewohl auf 3 Dimensionen, aber kein 3-dimensionales triadisches vollständiges Zeichen, beschreibt, umfasst das obige Bild also die 8 Kubi eines 4-dimensionalen semiotischen Tesseraktes (vgl. Coxeter 1973, S. 123).

Bibliographie

Coxeter, Harold S.M., Regular Polytopes. 3. Aufl. New York 1973

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Der vollständige 4×3×4 Zeichenkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009a)

Toth, Alfred, Dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics www.mathematical-semiotics.com (2009b)

Gesättigte und ungesättigte Zeichenrelationen

1. In "Axiomatik und Semiotik" (1981, S. 83) hatte Max Bense bei Realitätsthematiken gesättigte (triadische) und ungesättigte (monadische und dyadische) Zeichenrelationen unterschieden. Gesättigte Zeichenrelationen sind daher die Realitätsthematiken der homogenen Zeichenklassem:

(1.1 1.2 1.3) × (3.1 2.1 1.1)
(2.1 2.2 2.3) × (3.2 2.2 1.2)
(3.1 3.2 3.3) × (3.3 2.3 1.3),

weil hier die vollständigen Trichotomien als strukturelle Realitäten erscheinen. Die einzige monadische ungesättigte Realitätsthematik besitzt dann die eigenreale Zeichenklasse

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3),

wobei hier und nur hier allerdings gleich drei ungesättigte Zeichenrelationen vorhanden sind. Die restlichen Realiätsthematiken sind dyadische ungesättigte Zeichenrelationen, wobei also zwei gleiche Trichotomien eine andere Trichotomie thematisieren.

2. Allerdings lässt sich der Begriff der relationalen "Sättigung", sofern er von seinem offenbar chemischen Vorbild befreit wird, auch auf die relationale Valenz übertragen. Z.B. ist ein deutscher Satz wie "Hans schenkt" relational unterdeterminiert ("ungesättigt"), weil mindestens eine Valenzstellung nicht besetzt und der Satz daher ungrammatisch ist. Also entweder: Hans schenkt Früchte oder Hans schenkt Dir Früchte, aber nicht "Hans schenkt Dir". In der Semiotik stellt sich das Problem relationaler Valenz ausserhalb von Realitätsthematiken dadurch, dass die Subzeichen als kartesische Produkte sich aus zwei Relationen zusammensetzen, wobei der triadische und der trichotmische Wert meistens nicht derselbe sind.

Wenn wir eine Relation wie (2.1) betrachten, dann können wir definieren, dass die triadische Zweitheit als Dyade nur von einer Monade valenzmässig "ausgefüllt" und daher "ungesättigt" ist. Wir vereinbaren, dies als

(2.1) = R2R1 = -1

zu notieren. E steht für Äquivalenz. Wir stellen dies in den folgenden beiden Matrizen dar:

$$\begin{pmatrix} R1R1 & R1R2 & R1R3 \\ R2R1 & R2R2 & R2R3 \\ R3R1 & R3R2 & R3R3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & R+1 & R+2 \\ R-1 & E & R+1 \\ R-2 & R-1 & E \end{pmatrix}$$

Wie man erkennt, wechseln zueiander konverse Subzeichen die Vorzeichen der trichotomischen Valenzen.

Damit kann man sehr schön zeigen, wie die Verteilung "gesättigter" und "ungesättigter" dyadischer Relationen in Zeichenklassen ausschaut. Mit dem vorherigen Satz erhalten wir dann gleich die entsprechenden Verhältnisse in den dualen Realitätsthematiken, so dass wir deren gesonderte Betrachtung schenken können:

1. (3.1 2.1 1.1) = (R-2, R-1, E) ΣR = -3
2. (3.1 2.1 1.2) = (R-2, R-1, R+1) ΣR = -2
3. (3.1 2.1 1.3) = (R-2, R-1, R+2) ΣR = -1
4. (3.1 2.2 1.2) = (R-2, E, R+1) ΣR = -1
5. (3.1 2.2 1.3) = (R-2, E, R+2) ΣR = E
6. (3.1 2.3 1.3) = (R-2, R+1, R+2) ΣR = +1
7. (3.2 2.2 1.2) = (R-1, E, R+1) ΣR = E
8. (3.2 2.2 1.3) = (R-1, E, R+2) ΣR = +1
9. (3.2 2.3 1.3) = (R-1, R+1, R+2) ΣR = +2
10. (3.3 2.3 1.3) = (E, R+1 R+2) ΣR = +3

Nehmen wir noch die Genuine Kategorienklasse dazu

11. (3.3 2.2 1.1) = (E, E, E) ΣR = E

so sehen wir, dass nur die eigenreale (Nr. 5), die objektale (Nr. 7) und die kategorienreale (Nr. 11) eine in der Summe ausgeglichen sind (E). Nur die Kategorienrealität ist ferner auch pro Dyade ausgeglichen (E, E, E).

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Semiotische Qualitäten und Bindungen

1. Dass in der Welt der Qualitäten das Prinzip der Übersummativität herrscht, bedarf keiner langen Darlegungen. So führte Kronthaler (1999, S. 5) als qualitative Gleichung

Vater + Mutter = Kind

an, die quantitativ verstanden natürlich barer Unsinn wäre. Ebenso Unsinn müsste man allerdings all denen unterstellen, welche etwa die Subzeichen der semiotischen Matrix wie folgt addieren würden:

(1.1) + (1.2) = (1.3)

oder

(1.1) + (1.2) = (2.3),

denn in die Qualitäten übersetzt, für welche die Subzeichen stehen, würde das zu folgendem Nonsens führen:

Qualität + Quantität = Essenz

bzw.

Qualität + Quantität = Komprehension,

denn obwohl die Subzeichen durch kartesische Multiplikation aus den drei Primzeichen (.1., .2., .3.) oder Erst-, Zweit- und Drittheit bestehen, bedeuten (1.1), (2.1) oder (3.2) mehr als ihre Faktoren, d.h. Primzeichen, wie man aus der folgenden Tabelle aus Bense (1979, S. 61) entnehmen kann:

$$\begin{pmatrix} \text{Qualität} & \text{Quantität} & \text{Essenz} \\ \text{Abstraktion} & \text{Relation} & \text{Komprehension} \\ \text{Konnexion} & \text{Limitation} & \text{Komplettierung} \end{pmatrix}$$

Man sieht das am besten daran, dass z.B. das Legizeichen (1.3) die Qualität "Essenz" bezeichnet, während das duale Subzeichen, das Rhema (3.1), die Qualität "Konnexion" bezeichnet. Obwohl nun alle semiotischen Qualitäten auf dem folgenden universalen Schema beruhen, das Bense (1979, S. 60) gab:

Kat > Mod > Rpr,

worin ">" für die qualitative Operation der Selektion steht, können die neun Qualitäten aus der oberen Tabelle nicht ohne weiteres aus den kartesischen Produkten der universalen Charakteristiken in der unten stehenden Tabelle ersehen werden:

$$\begin{pmatrix} \text{KatKat} & \text{KatMod} & \text{KatRpr} \\ \text{ModKat} & \text{ModMod} & \text{ModRpr} \\ \text{RprKat} & \text{RprMod} & \text{RprRpr} \end{pmatrix}$$

2. Die Situation mit den semiotischen Qualitäten lässt sich somit in gewisser Hinsicht mit den jeweiligen Verhältnissen in der Chemie vergleichen, wo man ja auch nicht z.B. aus den Edukten ohne weitere Zusatzinformationen die Produkte vorhersagen kann. Eine dieser Zusatzinformationen ist die chemische Bindung, die bereits in Toth (2008) für die Semiotik nutzbar gemacht werden konnte. In der folgenden Übersicht werden die semiotischen "Bindungen" für jedes Subzeichen separat aufgezeigt:

Semiotic bonds of the Quali-Sign (1.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(1.1) = 3

Semiotic bonds of the Sin-Sign (1.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(1.2) = 5

Semiotic bonds of the Legi-Sign (1.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(1.3) = 3

Semiotic bonds of the Icon (2.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(2.1) = 5

Semiotic bonds of the Index (2.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(2.2) = 9

ΣSemiotic bonds of the Symbol (2.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(2.3) = 5

Semiotic bonds of the Rhema (3.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(3.1) = 3

Semiotic bonds of the Dicent (3.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] & 3.3
\end{tikzcd}$$

SV(3.2) = 5

Semiotic bonds of the Argument (3.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

SV(3.3) = 3

Die semiotischen Valenzen der neun Subzeichen sind somit nicht eineindeutig auf diese abgebildet, aber zusammen mit den Richtungen der Valenzen (links, rechts, aufwärts, abwärts, diagonal) sind sie eineindeutige Charakteristiken. Jedes der obigen neun semiotischen Valenzschemata ist daher ausreichend zur formalen Definition der neun semiotischen Qualitäten.

3. Bei Zeichenklassen haben wir das semiotische inklusive Ordnungsprinzip

(3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c,

d.h. die trichotomischen Stellenwerte der Position n dürfen nur gleich gross oder grösser sein als diejenigen der Position (n-1). Damit können also nicht alle 33 = 27 semiotischen Qualitäten miteinander kombiniert werden, sondern nur die folgenden (Tabelle aus Toth 2009):

(○	□	△)	×	(△	◭	▲)
(○	□	◭)	×	(□	◭	▲)
(○	□	▲)	×	(○	◭	▲)
(○	◨	◭)	×	(□	◨	▲)
(○	◨	▲)	×	(○	◨	▲)
(○	■	▲)	×	(○	◑	▲)
(◑	◨	◭)	×	(□	◨	■)
(◑	◨	▲)	×	(○	◨	■)
(◑	■	▲)	×	(○	◑	■)
(●	■	▲)	×	(○	◑	●)

Für die einzelnen qualitativen Subzeichen ergeben sich damit innerhalb von Zeichenklassen folgende semiotische Valenzklassen:

○ → {□, ◨, ■} □ → {△, ◭, ▲}

◑ → {◨, ■} ◨ → {◭, ▲}

● → {■} ■ → {▲}

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kronthaler, Engelbert, Aleph und Omega oder Gotthard Günther und Europa. Klagenfurt 1999

Toth, Alfred, Semiotic covalent bonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Eine valenzbasierte Darstellungsweise für Arinsche Zeichenklassen

1. Arinsche Zeichenklassen sind nach einem Vorschlag von Ertekin Arin zur Erweiterung Peircescher Zeichenklassen unter Beibehaltung von deren triadischer und trichotomischer Struktur benannt (Arin 1981, S. 220). Sie haben folgende allgemeine Struktur

ZR+ = (3.a ((b.c) (d.e) (f.g)) 2.h ((i.j) (k.l) (m.n)) 1.o ((p.q) (r.s) (t.u)))
mit a, ..., u $\in$ {.1, .2, .3}

Dabei dabei werden also die triadischen Hauptbezüge der Peirceschen Zeichenklasse ZR = (3.a 2.b 1.c) jeweils durch eine vollständige, d.h. wiederum triadische Zeichenrelation in retrosemiosischer Ordnung determiniert, wobei die jeweils drei Subzeichen dieser determinierenden Zeichenrelationen in lexikographischer Ordnung als „primäres“, „sekundäres“ und „tertiäres“ Zeichen bezeichnet werden.

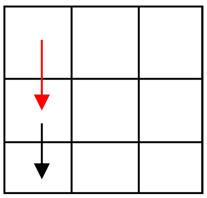
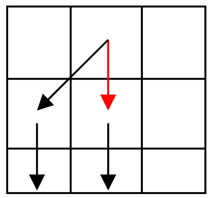
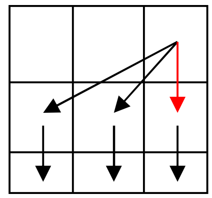
2. Bezug nehmend auf die valenzsemiotischen Untersuchungen in Toth (2008a, b), wird hier ein neues Modell zur Darstellung der Arinschen Zeichenklassen vorgestellt. Dabei werden determinierende Zeichenklassen durch semiotische Matrizen ersetzt und deren valenztheoretische Möglichkeiten mit Pfeilen markiert, denn trotz retrosemiosischer Struktur der determinierenden Zeichenklassen gehorchen diese ja der semiotischen Inklusionsordnung für die trichotomischen Werte von Peirceschen Zeichenklassen (a $\leq$ b $\leq$ c):

$$\text{Zkl+} = 3.a \begin{array}{|c|c|c|}\hline \quad & \quad & \quad \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \quad 2.h \begin{array}{|c|c|c|}\hline \quad & \quad & \quad \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \quad 1.o \begin{array}{|c|c|c|}\hline \quad & \quad & \quad \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$$

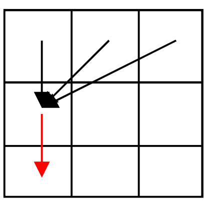
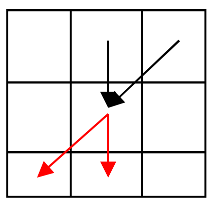
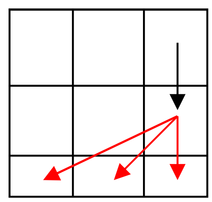
Die Leerform der Matrix soll dabei wie üblich so gefüllt werden, dass in den Zeilen die Trichotomien, in den Spalten die Triaden stehen.

Dann können die möglichen 9 Fälle für je eine determinierende Subzeichenbelegung pro Hauptzeichenbezug wie folgt dargestellt werden. Es gilt natürlich

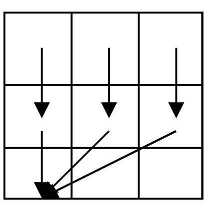
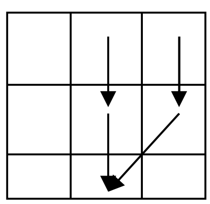
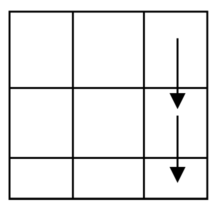
(1.a) ∈ Primäre Zeichen
(2.b) ∈ Sekundäre Zeichen
(3.a) ∈ Tertiäre Zeichen

Zkl+ = 3.a  2.h  1.o 

(1.1) (1.2) (1.3)

Zkl+ = 3.a  2.h  1.o 

(2.1) (2.2) (2.3)

Zkl+ = 3.a  2.h  1.o 

(3.1) (3.2) (3.3)

Für die semiotische Valenz (sV) der Subzeichen in determinierenden Zeichenklassen gilt also:

SV(1.1) = 3	SV(2.1) = 5	SV(3.1) = 3
SV(1.2) = 5	SV(2.2) = 9	SV(3.2) = 5
SV(1.3) = 3	SV(2.3) = 5	SV(3.3) = 3

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Toth, Alfred, Semiotic covalent bonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads, and triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Relationale Kompositionen I: Zeichenrelationen

1. Es ist ein eigentümliches Paradox (vgl. Toth 2009a, b), dass die Peircesche Zeichenrelation einerseits als triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation eingeführt wurde (Bense 1979, S. 53, 67):

Z = 3R(1R, 2R, 3R) = R(M, O, I),

dass aber anderseits behauptet wird, man könne diese drei Partialrelationen zu 3×3 kartesischen Produkten multiplizieren, wobei das Ergebnis Dyaden seien (Walther 1979, S. 57), denn dies würde ja bedeuten, dass die Zeichenrelation ebenfalls eine triadische Relation über drei dyadischen Relationen sei.

2. Lassen Sie mich zur Veranschaulichung dessen, worum es in dieser und meinen nächsten Arbeiten geht, ein sprachliches Beispiel anführen. Jedes Prädikat ist logisch gesehen eine n-stellige Relation, wobein das n von der dem Prädikat immanenten Valenzzahl abhängt:

Beispiel für Valenzzahl = 1 (1R): {_ schläft} →
HANS schläft.

Beispiel für Valenzzahl = 2 (2R): {_ schlägt _} →
HANS schlägt FRITZ.

Beispiel für Valenzzahl = 3 (3R): {_ schenkt _ _} →
HANS schenkt FRITZ EIN BUCH

Von ganz wenigen Fällen (z.B. dem 3R-Prädikat „schreiben", einem sog. indirekt transitiven Verb, abgesehen) ist es nun so, dass 1) alle Valenzsstellen ausgefüllt sein müssen, damit ein korrekter Satz entsteht, und dass 2) nicht mehr Valenzsstellen geschaffen werden können. Die folgenden Sätze sind wegen Verletzung von Regel (1) und/oder (2) ungrammatisch:

1. *Hans schläft Fritz. (2)

2. *Hans schläft Fritz ein Buch. (2)
3. *Hans schlägt. (1)
4. *Hans schlägt Fritz ein Buch. (2)

5. *Hans schenkt. (1)
6. *Hans schenkt ein Buch. (1)
7. *Hans schenkt Fritz Hans ein Buch. (2)
8. *Hans schenkt Fritz ein Buch ein Auto. (2)

3. Ist also bei n-stelligen Prädikaten die Anzahl der Argumente <n oder >n, ist der Ausdruck falsch. Damit kehren wir zu

Z = 3R(1R, 2R, 3R) = R(M, O, I).

Die kleine semiotische Matrix, die sich nicht bei Peirce findet, wurde von Bense und Walther anfangs der 70er Jahre eingeführt (vgl. Bense/Walther 1973, S. 61 f.). In den folgenden beiden Darstellungen gebe ich links die „funktionale“ Matrix Walthers und rechts die korrespondierende relationale Matrix mit den Valenzzahlen

	M	O	I
M	MM	MO	MI
O	OM	OO	OI
I	IM	IO	II

	1R	2R	3R
1R	1R1R	1R2R	1R 3R
2R	2R1R	2R2R	2R3R
3R	3R1R	3R2R	3R3R

Wenn man sich nun aber fragt, welche der drei Relationen (1R, 2R, 3R) sich aufgrund ihrer Valenzzahl verbinden können, erhält man die folgenden Möglichkeiten:

1R: 1R
2R: 1R1R, 2R
3R: 1R1R1R, 1R2R, 2R1R, 3R

Diese nehmen aber in der relationalen Matrix nur gerade ein linkes oberes Dreieck von Einträgen ein:

$$\begin{array}{c|ccc}
 & 1R & 2R & 3R \\
\hline
1R & \boxed{1R1R} & \boxed{1R2R} & 1R\,3R \\
2R & \boxed{2R1R} & 2R2R & 2R3R \\
3R & 3R1R & 3R2R & 3R3R
\end{array}$$

Es ist also nicht so sehr die Frage, ob in den folgenden beiden Fällen

mRnR mit m > n sowie n > m

immer alle Valenzzahlen 1, 2 und 3 für m und n eingesetzt werden können, denn bei den Ausdrücken der Form mRnR handelt es sich ja nicht um Prädikat-Argument- oder Argument-Prädikat-Strukturen, sondern um komponierte Prädikate. D.h., die Menge der relationalen Subzeichen, die über

Z = 3R(1R, 2R, 3R) = R(M, O, I)

möglich sind, ist nur gerade

Z = {1R, 2R, 3R, (1R1R), (1R2R), (2R1R), (1R1R1R)} = {M, O, I, (MM), (MO), (OM), (MMM)}

4. Nun beträgt aber die höchste Valenzzahl = 6, nämlich diejenige von (3R3R) = (II). Da man mit einer triadischen Semiotik maximal Valenzzahlen von 3 erreichen kann, brauchen wir also eine hexadische Semiotik, damit wir als ihre Teilmatrix die vollständige triadisch-trichotomische Matrix erhalten:

	1R	2R	3R	4R	5R	6R
1R	$\boxed{\text{1R1R}}$	$\boxed{\text{1R2R}}$	$\boxed{\text{1R 3R}}$	1R4R	1R5R	1R6R
2R	$\boxed{\text{2R1R}}$	$\boxed{\text{2R2R}}$	$\boxed{\text{2R3R}}$	2R4R	2R5R	2R6R
3R	$\boxed{\text{3R1R}}$	$\boxed{\text{3R2R}}$	$\boxed{\text{3R3R}}$	3R4R	3R5R	3R6R
4R	4R1R	4R2R	4R3R	4R4R	4R5R	4R6R
5R	5R1R	5R2R	5R3R	5R4R	5R5R	5R6R
6R	6R1R	6R2R	6R3R	6R4R	6R5R	6R6R

Die triadische Matrix mit VZ = [1, 6] ist also eine Submatrix, und zwar ein Block und keine Triangulation der hexadischen Matrix mit VZ = [1, 12]. Wichtig an dieser Feststellung ist, dass wir erst jetzt, da wir alle sogenannten Subzeichen haben, die bisher bedenkenlos als kartesische Produkte der triadischen Peirceschen Matrix verwendet wurden, an die Konstruktion von Zeichenklassen gehen können. Damit können wir nun auch eine präzise relationale Definition von Zeichenklasse geben: Eine Zeichenklasse ist eine relationale Struktur der Form

Zkl = 3R(3RlS, 2RmS, 1RnS),

worin $l \leq m \leq n$ gilt. Nun ist aber

$(3R, 2R, 1R)° = (1R, 2R, 3R)$,

d.h. wir haben

(1R 2R 3R) = (nS mS lS),

denn es ist ja

(3RlS, 2RmS, 1RnS)° = (nS1R, mS2R, lS3R).

Praktisch bedeutet das, dass die Stellenwertrelationen einer Zkl nichts anderes als die Konverse der Hauptwertrelationen der Konverse einer Zkl sind.

Wenn also Zkl = 3R(3RlS, 2RmS, 1RnS) mit $l \leq m \leq n$ gilt, dann repetieren also die Sellenwerte von Zkl bzw. die Hauptwerte von (Zkl)° die Definition des Zeichens, die wir am Anfang dieser Arbeit gegeben hatten, d.h. Z = 3R(1R, 2R, 3R). Damit ist also gerechtfertigt, dass man nicht 33 = 27, sondern nur 10 Zeichenklassen erhält, die wir nun wie folgt notieren können:

(3R1S, 2R1S, 1R1S)	(3R1S, 2R1S, 1R1S)°	=	(1S1R, 1S2R, 1S 3R)
(3R1S, 2R1S, 1R2S)	(3R1S, 2R1S, 1R2S)°	=	(2S1R, 1S2R, 1S3R)
(3R1S, 2R1S, 1R3S)	(3R1S, 2R1S, 1R3S)°	=	(3S1R, 1S2R, 1S3R)
(3R1S, 2R1S, 1R3S)	(3R1S, 2R1S, 1R3S)°	=	(3S1R, 1S2R, 1S3R)
(3R1S, 2R1S, 1R3S)	(3R1S, 2R1S, 1R3S)°	=	(3S1R, 1S 2R, 1S3R)
(3R1S, 2R1S, 1R3S)	(3R1S, 2R1S, 1R3S)°	=	(3S1R, 1S 2R, 1S3R)
(3R2S, 2R2S, 1R2S)	(3R2S, 2R2S, 1R2S)°	=	(2S1R, 2S 2R, 2S3R)
(3R2S, 2R2S, 1R3S)	(3R2S, 2R2S, 1R3S)°	=	(3S1R, 2S 2R, 2S 3R)
(3R2S, 2R3S, 1R3S)	(3R2S, 2R3S, 1R3S)°	=	(3S1R, 3S 2R, 2S3R)
(3R3S, 2R3S, 1R3S)	(3R3S, 2R3S, 1R3S)°	=	(3S1R, 3S 2R, 3S1R)

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Toth, Alfred, Das grosse semiotische Paradox. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, Das grosse semiotische Paradox II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Relationale Kompositionen II: Objektrelationen

1. In Teil I (Toth 2009) waren wir von der Definition der Peirceschen Zeichenrelation ausgegangen:

$$Z = 3R(1R, 2R, 3R) = R(M, O, I).$$

In dieser Studie werden wir Objektrelationen darstellen. Wir gehen aus von Benses folgender Bemerkung: Ein triadisches Objekt ist ein „Beispiel eines zusammengesetzten Objektes, das in drei andere (verschiedene) Objekte zerlegt werden kann. Wenn mit Peirce ein Zeichen ein beliebiges Etwas ist, das dadurch zum Zeichen erklärt wird, dass es eine triadische Relation (...) eingeht, so ist zwar das Zeichen als solches eine triadische Relation, aber der Zeichenträger ein triadisches Objekt, ein Etwas, das sich auf drei Objekte (...) bezieht“ (Bense/Walther 1973, S. 71).

Wie schon in früheren Arbeiten, schreiben wir für den Zeichenträger $\mathcal{M}$ und definieren ihn nach Benses Angaben wie folgt:

$$\mathcal{M} = 3R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$$

Der Zeichenträger ist also ein Etwas, das sich auf sich selbst, auf das bezeichnete Etwas Ω und auf den bezeichnenden Interpreten $\mathcal{I}$ bezieht. Daraus folgt jedoch sogleich

$$\Omega = 3R(\Omega, \mathcal{M}, \mathcal{I})$$

sowie

$$\mathcal{I} = 3R(\mathcal{I}, \mathcal{M}, \Omega),$$

so dass wir also schreiben können:

$$OR = 3R(3\mathcal{M}, 3\Omega, 3\mathcal{I}).$$

2. Wir sehen uns also den folgenden grundverschiedenen Relationen gegenüber konfrontiert:

ZR = 3R(1M, 2O, 3I)
OR = 3R($3\mathcal{M}$, 3Ω, $3\mathcal{I}$),

obwohl natürlich die folgenden Korrelationen bestehen:

1M ~ $3\mathcal{M}$

2O ~ 3Ω

3I ~ $3\mathcal{I}$.

Mit dem letzteren Problem werden wir uns jedoch erst in einem III. Teil unserer Studie befassen. Hier geht es um OR allein. Weil also alle drei Partialrelationen der triadischen Relation OR selbst triadisch sind, stehen wir also nicht, wie bei den Zeichenrelationen (Toth 2009), vor dem Problem der Nicht-Übereinstimmung von Subzeichen im Sinne kartesischer Produkte der Partialrelationen in sich selbst, mit den Valenzzahlen von Relationskomposita, sondern wir bekommen sofort

	$3\mathcal{M}$	3Ω	$3\mathcal{I}$
$3\mathcal{M}$	$3\mathcal{M}3\mathcal{M}$	$3\mathcal{M}3\Omega$	$3\mathcal{M}\ 3\mathcal{I}$
3Ω	$3\Omega 3\mathcal{M}$	$3\Omega 3\Omega$	$3\Omega 3\mathcal{I}$
$3\mathcal{I}$	$3\mathcal{I}3\mathcal{M}$	$3\mathcal{I}3\Omega$	$3\mathcal{I}3\mathcal{I}$

Hier gilt also

Zkl = 3R(3R3S, 3R3S, 3R3S),

worin im Gegensatz zu Zkl, d.h. ZR, das Ordnungsprinzip $l \le m \le n$ NICHT gilt. Es ist also im Gegensatz zu ZR (Toth 2009)

$$(3R, 3R, 3R)° = (3R, 3R, 3R),$$

d.h. wir haben

$$(3R\ 3R\ 3R) = (3S\ 3S\ 3S),$$

denn es ist ja

$$(3R3S, 3R3S, 3R3S)° = (3S3R, 3S3R, 3S3R)$$

d.h. die Konversion ändert wegen der Triadizität aller Partialrelationen nur diese selber, nicht aber ihre Valenzzahlen. Damit bekommen wir aber

(3R1S, 2R1S, 1R1S) (3R1S, 2R1S, 1R1S)° = (1S1R, 1S2R, 1S 3R)
(3R1S, 2R1S, 1R2S) (3R1S, 2R1S, 1R2S)° = (2S1R, 1S2R, 1S3R)
(3R1S, 2R1S, 1R3S) (3R1S, 2R1S, 1R3S)° = (3S1R, 1S2R, 1S3R)

(3R1S, 2R2S, 1R1S) (3R1S, 2R2S, 1R1S)° = (1S1R, 2S2R, 1S 3R)
(3R1S, 2R2S, 1R2S) (3R1S, 2R2S, 1R2S)° = (2S1R, 2S2R, 1S3R)
(3R1S, 2R2S, 1R3S) (3R1S, 2R2S, 1R3S)° = (3S1R, 2S2R, 1S3R)

(3R1S, 2R3S, 1R1S) (3R1S, 2R3S, 1R1S)° = (1S1R, 3S2R, 1S 3R)
(3R1S, 2R3S, 1R2S) (3R1S, 2R3S, 1R2S)° = (2S1R, 3S2R, 1S3R)
(3R1S, 2R3S, 1R3S) (3R1S, 2R3S, 1R3S)° = (3S1R, 3S2R, 1S3R)

*

(3R2S, 2R1S, 1R1S) (3R2S, 2R1S, 1R1S)° = (1S1R, 1S2R, 1S 3R)
(3R2S, 2R1S, 1R2S) (3R2S, 2R1S, 1R2S)° = (2S1R, 1S2R, 1S3R)
(3R2S, 2R1S, 1R3S) (3R2S, 2R1S, 1R3S)° = (3S1R, 1S2R, 1S3R)

(3R2S, 2R2S, 1R1S) (3R2S, 2R2S, 1R1S)° = (1S1R, 2S2R, 1S 3R)
(3R2S, 2R2S, 1R2S) (3R2S, 2R2S, 1R2S)° = (2S1R, 2S2R, 1S3R)
(3R2S, 2R2S, 1R3S) (3R2S, 2R2S, 1R3S)° = (3S1R, 2S2R, 1S3R)

(3R2S, 2R3S, 1R1S) (3R2S, 2R3S, 1R1S)° = (1S1R, 3S2R, 1S 3R)
(3R2S, 2R3S, 1R2S) (3R2S, 2R3S, 1R2S)° = (2S1R, 3S2R, 1S3R)
(3R2S, 2R3S, 1R3S) (3R2S, 2R3S, 1R3S)° = (3S1R, 3S2R, 1S3R)

*

(3R3S, 2R1S, 1R1S) (3R3S, 2R1S, 1R1S)° = (1S1R, 1S2R, 1S 3R)
(3R3S, 2R1S, 1R2S) (3R3S, 2R1S, 1R2S)° = (2S1R, 1S2R, 1S3R)
(3R3S, 2R1S, 1R3S) (3R3S, 2R1S, 1R3S)° = (3S1R, 1S2R, 1S3R)

(3R3S, 2R2S, 1R1S) (3R3S, 2R2S, 1R1S)° = (1S1R, 2S2R, 1S 3R)
(3R3S, 2R2S, 1R2S) (3R3S, 2R2S, 1R2S)° = (2S1R, 2S2R, 1S3R)
(3R3S, 2R2S, 1R3S) (3R3S, 2R2S, 1R3S)° = (3S1R, 2S2R, 1S3R)

(3R3S, 2R3S, 1R1S) (3R3S, 2R3S, 1R1S)° = (1S1R, 3S2R, 1S 3R)
(3R3S, 2R3S, 1R2S) (3R3S, 2R3S, 1R2S)° = (2S1R, 3S2R, 1S3R)
(3R3S, 2R3S, 1R3S) (3R3S, 2R3S, 1R3S)° = (3S1R, 3S2R, 1S3R)

Wir bekommen somit die vollständige Anzahl der 33 = 27 Zkl über OR anstatt der nur 10 Zkl über ZR. Da nun eine minimale Semiotik jede Struktur ist, welche das geordnete Paar

$\Sigma = \langle OR, ZR \rangle$

im Sinne der Semiose vom Objekt zum Zeichen (Bense 1967, S. 9) erfüllt, bedeutet dies natürlich, dass wir uns im abschliessenden III. Teil mit der Abbildung der Objektrelationen auf die Zeichenrelationen, d.h. mit

$\{OR\} \rightarrow \{ZR\} =$

$\{3R(1M, 2O, 3I)\} \rightarrow \{3R(3\mathcal{M}, 3\Omega, 3\mathcal{I})\}$

befassen müssen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Baden-Baden 1973

Toth, Alfred, Relationale Kompositionen I: Objektrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Relationale Kompositionen III: Die Abbildung von Objektrelationen auf Zeichenrelationen

1. Die Peircesche Zeichenrelation lässt sich wie folgt relational darstellen (Toth 2009a):

Z = 3R(1R, 2R, 3R) = R(M, O, I).

Demgegenüber gilt für die semiotische Objektrelation (Toth 2009b)

$\mathcal{M}$ = 3R($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$)
Ω = 3R(Ω, $\mathcal{M}$, $\mathcal{I}$)
$\mathcal{I}$ = 3R($\mathcal{I}$, $\mathcal{M}$, Ω),

d.h. sie ist eine triadische Relation über drei triadischen Partialrelationen

OR = 3R(3$\mathcal{M}$, 3Ω, 3$\mathcal{I}$).

2. Ein Vergleich der funktionalen (links) mit der entsprechenden relationalen semiotischen Matrix (rechts)

	M	O	I
M	MM	MO	MI
O	OM	OO	OI
I	IM	IO	II

	1R	2R	3R
1R	1R1R	1R2R	1R 3R
2R	2R1R	2R2R	2R3R
3R	3R1R	3R2R	3R3R

zeigt, dass die sogenannten „Dyaden“ oder „Subzeichen“ unerlaubte, weil den Partialrelationen zuwiderlaufende Valenzzahlverletzungen darstellen, denn definiert sind per definitionem nur

1R: 1R
2R: 1R1R, 2R
3R: 1R1R1R, 1R2R, 2R1R, 3R,

d.h. lediglich die eingerahmten „Subzeichen“ der relationalen Matrix

	1R	2R	3R
1R	$\boxed{1R1R}$	$\boxed{1R2R}$	1R 3R
2R	$\boxed{2R1R}$	2R2R	2R3R
3R	3R1R	3R2R	3R3R.

Die Menge aller valenztreuen Relationskompositionen in ZR = 3R(1R, 2R, 3R) ist also lediglich

RK = {1R, 2R, 3R, (1R1R), (1R2R), (2R1R), (1R1R1R)} = {M, O, I, (MM), (MO), (OM), (MMM)}.

Das bedeutet, dass wir – wenn wir alle „Subzeichen“, d.h. kartesischen Produkte der Partialrelationen von ZR in sich selbst haben wollen, auf eine hexadische semiotische Matrix ausweichen müssen, deren triadische Submatrix (Block) dann die gesuchten „Subzeichen“ bilden:

	1R	2R	3R	4R	5R	6R
1R	$\boxed{1R1R}$	$\boxed{1R2R}$	$\boxed{1R\ 3R}$	1R4R	1R5R	1R6R
2R	$\boxed{2R1R}$	$\boxed{2R2R}$	$\boxed{2R3R}$	2R4R	2R5R	2R6R
3R	$\boxed{3R1R}$	$\boxed{3R2R}$	$\boxed{3R3R}$	3R4R	3R5R	3R6R
4R	4R1R	4R2R	4R3R	4R4R	4R5R	4R6R
5R	5R1R	5R2R	5R3R	5R4R	5R5R	5R6R
6R	6R1R	6R2R	6R3R	6R4R	6R5R	6R6R

3. Diese Probleme stellen sich bei OR dagegen gar nicht, da ja alle Partialrelationen selbst triadisch sind, d.h. wir bekommen sofort durch kartesische Produktbildung

	$3\mathit{m}$	3Ω	$3\mathcal{I}$
$3\mathit{m}$	$3\mathit{m}3\mathit{m}$	$3\mathit{m}3\Omega$	$3\mathit{m}\ 3\mathcal{I}$
3Ω	$3\Omega3\mathit{m}$	$3\Omega3\Omega$	$3\Omega3\mathcal{I}$
$3\mathcal{I}$	$3\mathcal{I}3\mathit{m}$	$3\mathcal{I}3\Omega$	$3\mathcal{I}3\mathcal{I}$

als Basis für zu bildende Zeichenklassen (ZR) und Zeichenklassen (OR). Ein Vergleich der beiden Relationstypen ergibt

Zkl = 3R(3RlS, 2RmS, 1RnS),
Zkl = 3R(3R3S, 3R3S, 3R3S),

d.h. es ist

(3R, 2R, 1R)° = (1R, 2R, 3R),
(3R, 3R, 3R)° = (3R, 3R, 3R),

d.h. wir haben

(1R 2R 3R) = (nS mS lS),
(3R 3R 3R) = (3S 3S 3S),

weil ja

(3RlS, 2RmS, 1RnS)° = (nS1R, mS2R, lS3R).
(3R3S, 3R3S, 3R3S)° = (3S3R, 3S3R, 3S3R)

ist. Damit gilt also die Inklusionsordnung l ≥ m ≥ n, welche für Zkl = 3R(3RlS, 2RmS, 1RnS), gilt, für Zkl = 3R(3R3S, 3R3S, 3R3S) NICHT, d.h. in jeder minimalen Semiotik, worunter jede Struktur verstanden sein soll, welche das geordnete Tripel

Σ = <OR, ZR>

erfüllt, muss jede Zkl auf jede Zkl (und jede Zkl° auf jede Zkl°) abgebildet werden:

{OR} → {ZR} =

{3R(1M, 2O, 3I)} → {3R(3$\mathcal{M}$, 3Ω, 3$\mathcal{I}$)}.

Das relationale Abbildungsschema sieht wie folgt aus

$$
\begin{array}{cccccccccc}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccc}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccc}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccc}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccc}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccccc}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}
$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{1}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R)
\end{array}$$

*

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{2}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{2}S^{3}R)
\end{array}$$

*

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{1}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{1}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{2}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{2}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{1}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{1}S)^{\circ} & = & ({}^{1}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{2}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{2}S)^{\circ} & = & ({}^{2}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllllclll}
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{1}S^{3}R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S) & ({}^{3}R^{3}S, & {}^{2}R^{3}S, & {}^{1}R^{3}S)^{\circ} & = & ({}^{3}S^{1}R, & {}^{3}S^{2}R, & {}^{3}S^{1}R)
\end{array}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Relationale Kompositionen I: Zeichenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Relationale Kompositionen II: Objektrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Transformationsmatrix anstatt Zeichenrelation als Basis der Semiotik?

1. Geht man aus von der bekannten Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (M, O, I),

d.h. bildet man die Menge aus den Fundamentalkategorien M, O und I, wie dies bereits von Bense (1971, S. 34) vorgeschlagen worden war, dann kann man ZR sofort in eine Zeichenrelation ZR+ erweiteren, indem man die leere Menge in ZR einbettet

ZR+ = (M, O, I, ∅),

und zwar ohne den Umweg über die Potenzmenge zu nehmen, da bekanntlich die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist.

2. Obwohl nun ∅ als 0-stellige Relation natürlich über eine Valenzzahl 0 verfügt und sich also a priori weder mit der 1-stelligen Relation M, der 2-stelligen Relation O oder der 3-stelligen Relation I verbindet, die ja, weil sie alle miteinander Partialrelationen eingehen, je eine trichotomische Untergliederung derart haben, dass

M = {M.M, M.O, M.I}
O = {O.M, O.O, O.I}
I = {I.M, I.O, I.I}

gilt, so lässt sich eine trichotomische Untergliederung bei ∅ dennoch erreichen, da gilt:

$f: \emptyset \rightarrow A.$

Sei nun $A \in \{M, O, I\}$, dann bekommen wir also

∅ = {∅.M, ∅.O, ∅.I}.

3. Die Frage ist nun: Was ist $\varnothing$ bzw. was sind $\varnothing$.M, $\varnothing$.O, $\varnothing$.I eigentlich? Also 0-stellige Relationen sind sie ja per definitionem ZR keine Zeichen mehr, d.h. es muss sich um Objekte handeln, denn nur Objekte sind unfähig zu relationaler Bindung und haben deshalb die Valenzzahl 0. Wenn es sich hier aber um Objekte handelt, dann haben wir mit Toth (2009)

$\varnothing.M \equiv \mathcal{M}$

$\varnothing.O \equiv \Omega$

$\varnothing.I \equiv \mathcal{J}$.

In diesem Fall gilt somit vor der trichotomischen Ausgliederung von $\varnothing$

$\varnothing \equiv OR$,

und da

$OR = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}\}$

ist

$ZR+ = (M, O, I, \varnothing) \equiv ZR \cup OR = (M, O, I, \mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$.

Dies ist aber eine Zeichenrelation, die im Gegensatz zu ZR nicht nur die nicht-transzendenten Kategorien M, O und I, sondern auch ihre korrespondierenden transzendenten Gegenstücke $\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}$ enthält. Dies wiederum bedeutet: ZR+ enthält mit der Menge der semiotischen Kategorien (M, O, I) und der Menge der ontologischen Kategorien ($\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}$) natürlich automatisch die Kontexturgrenze, welche das Zeichen von seinem bezeichneten Objekt trennt und es in einer monokontexturalen Semiotik für das Zeichen ewig unerreichbar macht (vgl. Kronthaler 1992). Und noch deutlicher ausgedrückt: Geht man von der sehr einfachen Tatsache aus, dass die leere Menge Teilmenge jeder Menge und also auch der Peirceschen Primzeichen-Menge ist, dann gelangt man ohne weitere Annahmen sofort zu einer polykontexturalen Semiotik, deren

Zeichendefinition sowohl die Kategorien des bezeichnenden Zeichens als auch diejenigen des bezeichneten Objekts enthält.

Man kann sich deshalb fragen, ob man statt von

ZR = (M, O, I, ∅)

nicht besser von Anfang an von der Transformationsmatrix

$$\begin{pmatrix} \mathrm{M} & \mathrm{O} & \mathrm{I} \\ \mathcal{M} & \Omega & \mathcal{I} \end{pmatrix}$$

als Basis der Semiotik ausgeht.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Kronthaler, Engelbert, Zeichen - Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302
Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Erstheit, Zweitheit und Drittheit

1. Dass die Einführung der Fundamentalkategorien durch Peirce vom mathematischen Standpunkt aus defektiv ist, darauf hatte ich bereits an vielen Orten hingewiesen. Schauen wir uns einige willkürlich herausgegriffene Probleme an:

1.1. Die „monadischen" Relationen (.1.), (.2.), (.3.) bestehen aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation. Das sieht man an der von Peirce und Bense nie erwähnten Valenz oder Bindungseigenschaft dieser Relationen. So findet (.1.) ausser sich selbst gar nichts, (.2.) könnte ausser sich selbst sowohl (.1.) als auch (.3.) binden, bindet aber wegen der Definition der Peirceschen Zeichenrelation als Inklusionsrealtion nur (.1.), und (.3.) bindet alle drei Kategorien, sich selbst natürlich eingeschlossen.

1.2. Die „dyadischen" Relationen bestehen aus den monadischen Relation (1.1), (2.2.) und (3.3) und den merkwürdige Gebilden (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2). Die „Dyade" (1.2) ist eine monadische Relation, welche eine dyadische bindet, obwohl ihre Valenz nur 1 ist, d.h. sie ist übergesättigt. Die „Dyade" (2.1) ist eine dyadische Relation, welche eine monadische bindet, obwohl ihre Valenz 2 ist, d.h. sie untergesättigt. Die „Dyade" (1.3) ist eine monadische Relation, die eine triadische bindet, wie man sie denn das tun, denn sie ist doppelt übersättigt. Die „Dyade" (3.1) ist eine triadische Relation, die 2 nicht-gesättigte Valenzstellen hat, da sie nur eine monadische Relation bindet. Bei den „Dyaden"-Paaren (2.3) und (3.2) ist der Über- bzw. Untersättigungsgrad jeweils Valenz 1.

1.3. Die „triadischen" Relationen sind keine triadischen Relationen, sondern ungeordnete Tripel von „Dyaden" (vgl. 1.2), von denen keine einzige diesen Namen verdient, denn die genuinen Subzeichen sind monadisch, da die Monaden definiert sind als Relationen in sich selber, und die übrigen Subzeichen sind Kombinationen von über- und untergesättigten relationalen geodneten Paaren, die es wirklich nirgendwo als in der Semiotik gibt.

2. Ich weiss nicht, wie klar Rudolf Kaehr diese von mir hier und teilweise zuvor erwähnten Probleme gesehen hat, aber es ist jedenfalls sein Verdienst, dieser konfusen,

widersprüchlichen und falschen Einführung der Fundamentalkategorien durch eine mathematisch und logisch haltbare Einführung ersetzt zu haben.

2.1. Zur Erstheit bemerkt Kaehr: „A composition is always accompanied by an environment of its morphisms. Therefore, an initial object or the numbr 1, firstness, is diamond theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e. (A | a). That is, as a morphism, and as a hetero-morphism. A diamond initial object is not a singular object but a doublet, also called bi-object“ (2008, S. 2).

Diamond-Erstheit ist also:

A | a, und zwar mit den beiden Möglichkeiten

M→ | ←m
M← | →m

2.2. Zur Zweitheit geben wir hier Kaehrs vollständige Charakteristik an:

Alternative:
1. (A → B) : (A → B → B) :):
(A → B ○ B → B)
(A → B ○ B → B) | b2 ← b1 : b2 = b1
(A → C) | c

2. (A → B) : (A → A → B) :):
(A → A ◊ A → B)

Semiotisch haben wir also:

(M → O ○ O → O) | o ← m
(M → I) | m ← i

(M → M ○ M → O) | m ← o

2.3. Zur Drittheit bemerkte Peirce mit Humor: „a → b → c is a relation of the intuition“ (2008, S. 49). Genauer haben wir

((M → O → I), (M → I → O), (O → M → I), (O → I → M), (I → M → O), (I → O → M)),

wobei es (6 mal 5) : 2 = 15 Kombinationen gibt, die in homogene Verknüpfungen vom Typ

(A → B → C) ○ (C → B → A)

und in inhomogene Verknüpfungen vom Typ

(A → B → C) ○ (B → A → C)

zerfallen. Danach gibt es

o ← m | i ← o | i ← m (Linksordnung)
bzw.
o → m | i → o | i → m (Rechtsordnung)

Speziell erwähnt Kaehr (2008, S. 4)

∅ | ∅,

d.h. die Umgebung (Heteromorphismus) der leeren Menge ist die leere Menge.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Ontologische Typentheorie semiotischer Begriffe

1. Bense (1976, S. 26 f.) hat eine interessante kleine ontologische Typentheorie zusammengestellt, die ich im folgenden ohne Anführungsstriche zitiere:

1.1. Gegenstand = 0-stellige Seinsfunktion.
1.2. Zeichen = 1-stellige Seinsfunktion, in die 1 Gegenstand eingesetzt werden muss, um erfüllt zu sein.
1.3. Bewusstsein = 2-stellige Seinsfunktion, in die 2 Etwase, Subjekt und Objekt, eingesetzt werden müssen, um erfüllt zu sein.
1.4. Kommunikation = 3-stellige Seinsfunktion, die die 3 Etwase, ein Zeichen, ein Expedient und ein Perzipient. eingesetzt werden müssen, um erfüllt zu sein.

Bemerkenswerterweise tritt also das Zeichen einmal als freie 1-stellige Seinsfunktion und einmal als abhängige 1-stellige Seinsfunktion auf. Das Zeichen, so verstanden, ist also ein Substitut und nicht ein Repräsentant.

2. Noch bemerkenswerter ist aber, dass das üblicherweise als triadisch aufgefasste Peircesche Zeichen nach dieser Typologie mit der „Kommunikation" identisch ist, so dass es ausschaut, als müsste für 1.4. das Zeichen rekursiv definiert werden. Diese Definition geht indessen zusammen mit der Benseschen Bestimmung des Zeichens als „Funktion zwischen Welt und Bewusstsein" (1975, S. 16) oder als „Funktion zwischen Ontizität und Semiotizität" (1976, S. 60). Hierbei gibt es aber, worauf im Anhang von Toth (2009) hingewiesen worden war, ein schwerwiegendes Problem, denn an den beiden Bense-Stellen ist die Rede von

ZR = (M, O, I),

d.h. einer triadischen Relation über Relationen, die ausschliesslich aus semiotischen Kategorien besteht. Nun ist zwar das monadische Zeichen in 1.2. ebenfalls eine Relation, aber in 1.4. ist es eine Relation, die zwischen zwei ontologischen Kategorien, nämlich Subjekt und Objekt, vermittelt. Innerhalb der üblichen Definition des semiotischen Kommunikationsschemas wurde nun aber O als Expedient, M als (vermittelnder) Kanal und I als Rezipient bestimmt (Bense 1971, S. 34 ff.), so dass das

Zeichen hier wie bei Bense (1975, S. 16) nicht zwischen Welt und Bewusstsein vermittelt, sondern bereits die Vermittlungen von Welt und Bewusstsein innerhalb einer Zeichenrelation voraussetzt. Das war somit klarerweise der Grund für die Reformulierung dieses Axioms in Bense (1976, S. 60), wo denn „Welt" durch „Ontizität" und „Bewusstsein" durch „Semiotizität" ersetzt wurde. Bense nahm dann 1981 dieses Thema tatsächlich in seinem Buch „Axiomatik und Semiotik" nochmals auf und setzte ein weiteres Theorem: „Gegeben ist, was repräsentierbar ist" (1981, S. 11). Angewandt auf unser Problem, bedeutet das also: Das Zeichen als triadische Relation über rein semiotischen Kategorien ist nur insofern eine Funktion zwischen Welt und Bewusstsein, als die letzteren bereits repräsentiert sind, d.h. als Ontizität und Semiotizität gültig sind, denn sonst müsste das Zeichen ontologische Kategorien haben, und das hat es ja in der Peirceschen Definition nicht.

3. Damit ergibt sich nun aber ein frappanter und höchst interessanter Widerspruch zur bereits zitierten Definition des Zeichens als „Kommunikation" (1.4.), denn die hier vorausgesetzte Zeichenrelation, wir bezeichnen sie als KR, ist

KR = (S, ZR, O),

also eine triadische Relation über der ontologischen Kategorie Subjekt, der triadischen Zeichenrelation, und der ontologischen Kategorie Objekt. Das Zeichen KR vermittelt hier also im Gegensatz zum Peirceschen Zeichen ZR tatsächlich insofern zwischen Welt und Bewusstsein, als das Subjekt für das Bewusstsein und das Objekt für Welt steht. KR ist also im Gegensatz zu ZR keine reine Bewusstseinsfunktion mehr, sondern eine „komplexe" Funktion zwischen zwei Weltachsen, d.h. sie steht sozusagen mit den Füssen auf dem Boden der Ontologien und hängt mit ihren Armen an der Decke der Bewusstseinstheorie.

Ist es nicht genau das, was wir intuitiv unter einem Zeichen verstehen? Da gibt es das reale Subjekt: Ich – und da gibt es ein reales Ereignis – dass ich morgen nicht vergessen soll, meine Tochter abzuholen. Und das Zeichen als Bewusstseinsfunktion vermittelt zwischen den beiden Realia. --- Oder meinen wir wirklich, wenn wir Zeichen verwenden, im Peirceschen Sinne ein Vermittlungsschema, das zwischen einem bereits vermittelten Objekt und einem bereits vermittelten Interpretanten vermittelt? Karl Valentin lässt grüssen.

Wie ich es bereits in früheren Arbeiten getan habe, wähle ich einen anderen Font zur Unterscheidung ontologischer und semiotischer Kategorien:

ontologische Kategorien: $\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$
semiotische Kategorien: M, O, I

$\mathcal{M}$ ist also das reale bezeichnende Mittel, M der Mittelbezug, Ω das reale bezeichnete Objekt, O der Objektbezug, und $\mathcal{I}$ ist der zeichensetzende oder zeicheninterpretierende Interpret – und I ist der Interpretantenbezug. Im Sinne des Zeichens als Substitutionsfunktion (vgl 1.2.) sind also die ontologischen und die semiotischen Zeichen korrelativ. Damit können wir KR = (S, ZR, O) reformulieren:

KR = ($\mathcal{I}$, (M, O, I), Ω).

Es ist wichtig, darauf hinzuweisen, dass die ontologischen und die semiotischen Kategorien in KR nicht-redundant sind. $\mathcal{I}$ ist ja der Zeichensetzer, der z.B. sein Taschentuch verknotet, oder aber Gemeinschaft, für die ein Zeichen konventionalisiert ist, und Ω ist das Objekt, das Ereignis, der Vorgang, der Sachverhalt usw., der zum Zeichen erklärt. Die Semiose betrifft also nur:

$\Omega \rightarrow$ (M, O, I),

das ist also die Bensesche „Metaobjektivierung“ (1967, S. 9). Das M ist also das für Ω im Sinne der monadischen Definition 1.2. gewählte Substitut. Und weil (M → O) die Bezeichnungsfunktion ist, also z.B. der Name des Zeichens, enthält diese dyadische Relation höchstens das „innere“, d.h. das semiotische Objekt, aber nicht das ontologische und ist daher von Ω maximal frei. Das gilt in Sonderheit auch dann, wenn (M → O) iconisch ist, d.h. auf einer nicht-leeren Schnittmenge von Übereinstimmungsmerkmalen zwischen bezeichnetem Objekt Ω und bezeichnendem Mittel M beruht! Der Grund ist natürlich, dass zwischen Ω und M eine Kontexturgrenze verläuft, die es im monokontexturalen Fall verhindert, dass etwa das Photo meiner Geliebten zur

Geliebten selbst – und umgekehrt – wird. Traditionell ausgesproch: $\Omega \in$ ontol. Cat. und M $\in$ sem. Cat. mit ontol. Cat. $\cap$ sem. Cat. = $\varnothing$ garantiert die Transzendenz des Objektes für das Zeichen und die Transzendenz des Zeichens für das Objekt.

4. Eine interessante Frage ist die, ob man nicht anstatt

KR = ($\mathcal{J}$, (M, O, I), Ω).

ganz einfach die dritte – in KR ja fehlende – ontologische Kategorie $\mathcal{M}$ anstatt von ZR = (M, O, I) setzen und somit definieren kann

KR = ($\mathcal{J}$, $\mathcal{M}$, Ω).

Das wäre dann allerdings das exakte komplementäre Gegenstück zu ZR = (I, O, M), denn KR besteht so ausschliesslich aus ontologischen Kategorien und wäre dann die zu ZR als Bewusstseinsfunktion komplementäre Weltfunktion.

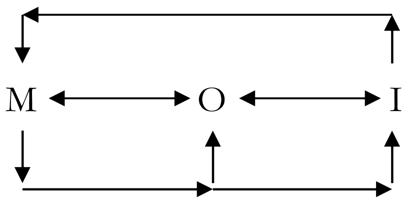
Allerdings ist die Idee nicht so abwegig, wie sie scheint, wenigstens dann nicht, wenn man die folgende Bense-Stelle kennt: „Wenn mit Peirce ein Zeichen ein beliebiges Etwas ist, das dadurch zum Zeichen erklärt wird, dass es eine triadische Relation über M, O und I eingeht, so ist zwar das Zeichen als solches eine triadische Relation, aber der Zeichenträger ein triadisches Objekt, ein Etwas, das sich auf drei Objekte (M, O und I) bezieht“ (Bense/Walther 1973, S. 71). Das bedeutet also, dass KR = ($\mathcal{J}$, $\mathcal{M}$, Ω) nur dann als Äquivalent für KR = ($\mathcal{J}$, (M, O, I), Ω) dienen kann, wenn die Zeichendefinition ZR = (M, O, I) bereits feststeht und wenn deshalb gilt

$\mathcal{M} \rightarrow$ (M, O, I),

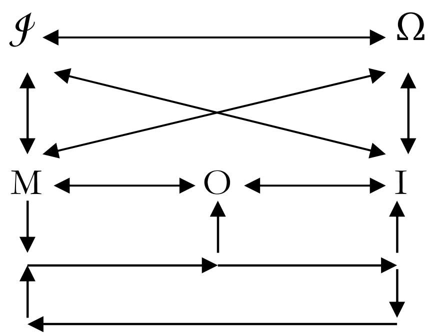
denn Benses etwas seltsam anmutende Bezeichnung des Zeichenträgers als „triadisches Objekt“ meint ja nichts anderes als die Existenz von

($\mathcal{M}$, M)/(M, $\mathcal{M}$), ($\mathcal{M}$, O)/(O, $\mathcal{M}$), ($\mathcal{M}$, I)/(I, $\mathcal{M}$).

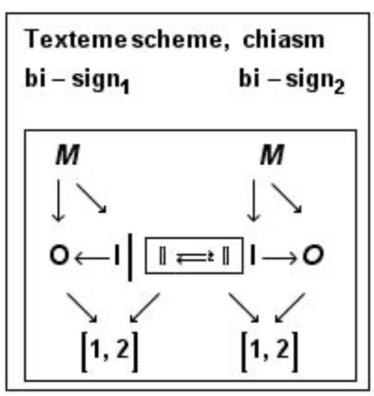
Ferner muss man sich bewusst sein, dass die Ordnungsrelationen der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = 

und der Kommunikationsrelation

KR = 

völlig verschieden ist. Völlig verschieden scheint KR auch vom Kaehrschen „Textem" zu sein, das ich hier aus Kaehr (2009, S. 6) reproduziere:



Allerdings mag man bedenken, dass es in der Semiotik im Grunde nur zwei Sorten von Pfeilen gibt: solche, die vom Objekt zum Zeichen führen, d.h. semiosische, und solche, die vom Zeichen zum Objekt führen, d.h. retro-semiosische. Die einen weisen also in den semiotischen, die anderen in den objektalen Raum, und im objektalen Raum sind die Zeichen durch die ontologischen Kategorien ja „verankert".

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)
Toth, Alfred, Die Subjekt-Objekt-Problematik bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zwei kardinale semiotische Masszahlen

1. Bevor die Aufsätze (Toth 2008a, b) erschienen waren, gab es nur ein kardinales semiotisches Mass: die von Bense eingeführten Repräsentationswerte (vgl. Bense/Walther 1973, S. 85). Hierzu werden die von uns so bezeichneten triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen als natürliche Zahlen aufgefasst und von allen Subzeichen die Quersummen errechnet, d.h.

tdP $\rightarrow \mathbb{N}$

ttP $\rightarrow \mathbb{N}$

Dieses Verfahren ist allein deshalb fragwürdig, weil es als dritte semiotische Zahlen noch die (vermittelnden) Relationszahlen gibt; so gilt nach Bense

Rpw(1.2) = Rpw(2.1) = 3
Rpw(1.3) = Rpw(3.1) = 4
Rpw(2.3) = Rpw(3.2) = 5,

wobei stillschweigend unterstellt wird, dass ein trichotomischer Schritt ebenso viel „wiegt" wie ein triadischer, obwohl anderseits Trichotomien als „Feindifferenzierungen der Triaden" aufgefasst werden. Nun ist aber die ordinale Gradation nach Peano das Hauptkriterium, um von der Reihe der natürlichen Zahlen zu sprechen; gerade dieses Kriterium ist jedoch bei den Peirce-Zahlen nicht erfüllt; davon abgesehen, dass sie keine lineare Progression kennen. So ist etwa bei den obigen Paaren (1.2) : (2.1), (1.3) : (3.1), (2.3) : (3.2) nicht klar, ob die Bewegung vorwärts oder rückwärts geht. Ausser flächigem Zählen kennen die Peirce-Zahlen ferner das diagonale Zählen – eben genau bei den Relationszahlen, die sowohl zwischen tdP als auch zwischen ttP vermitteln (Toth 2009a, b).

2. Eine weitere Möglichkeit eines kardinalen semiotischen Masses sind die Valenz-zahlen, die sich pro Subzeichen danach berechnen, wie viele „unmittelbar benachbarte" Subzeichen es „regiert". Dieser freilich mit der gegebenen quantitativen Mathematik schwer präziser ausdrückbare Sachverhalt meint, dass eine Peirce-Zahl nicht per se (wie

die natürlichen Zahlen und sämtliche übrigen quantitativen Zahlen), sondern nur abhängig von ihrer Position in der semiotischen Matrix über einen bestimmten, einzig von ihrer Relation abhängigen Valenzwert hat. Die Valenzwertbestimmung geht also aus von der folgenden Matrix:

$$\begin{array}{ccccc}
1.1 & \leftrightarrows & 1.2 & \leftrightarrows & 1.3 \\
\downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow \\
2.1 & \leftrightarrows & 2.2 & \leftrightarrows & 2.3 \\
\downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow \\
3.1 & \leftrightarrows & 3.2 & \leftrightarrows & 3.3
\end{array}$$

Die entsprechende Valenzzahl-Matrix sieht also wie folgt aus

$$\begin{array}{ccc}
3 & 5 & 3 \\
4 & 8 & \mathbf{5} \\
3 & \mathbf{5} & 3,
\end{array}$$

während die repräsentationswertige Matrix wie folgt aussieht:

$$\begin{array}{ccc}
2 & 3 & 4 \\
3 & 4 & \mathbf{5} \\
4 & \mathbf{5} & 6
\end{array}$$

Die beiden Wert-Matrizen stimmen also nur für die Relationalzahl (2.3) : (3.2) überein.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads, and triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Bond structures of sign classes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b
Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Kompartmentalisierungen

Kompartmentalisierungen wurden in der Schizophrenie-Forschung in Zusammenhang gebracht mit dem „loss of ego-boundary“ (z.B. Mitterauer 2008), also der Aufhebung der Grenze des Subjekts und seiner Umgebung. In diesem Aufsatz wollen wir uns auf zwei Möglichkeiten der semiotischen Kompartmentalisierung sowie ihre formalen Grundlagen beschränken.

1. Kompartmentalisierung nach Valenzumgebungen

1.1. Valenzumgebungen des Qualizeichens (1.1):

$$
\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.1) = 3
\end{tikzcd}
$$

1.2. Valenzumgebungen des Sinzeichens (1.2):

$$
\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.2) = 5
\end{tikzcd}
$$

1.3. Valenzumgebungen des Legizeichens (1.3):

$$
\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(1.3) = 3
\end{tikzcd}
$$

1.4. Valenzumgebungen des Icons (2.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.1) = 5
\end{tikzcd}$$

1.5. Valenzumgebungen des Index (2.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.2) = 9
\end{tikzcd}$$

1.6. Valenzumgebungen des Symbols (2.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] & \\
3.1 & 3.2 & 3.3 & SV(2.3) = 5
\end{tikzcd}$$

1.7. Valenzumgebungen des Rhemas (3.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 & \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & \\
3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3 & SV(3.1) = 3
\end{tikzcd}$$

1.8. Valenzumgebungen des Dicents (3.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] & 3.3
\end{tikzcd} \qquad SV(3.2) = 5$$

1.9. Valenzumgebungen des Arguments (3.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u]
\end{tikzcd} \qquad SV(3.3) = 3$$

2. Submatrizen der semiotischen Matrix

2.1. Submatrix 1

$$\begin{array}{ccc}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{array}$$

2.2. Submatrix 2

$$\begin{array}{ccc}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{array}$$

2.3. Submatrix 3

$$\begin{array}{ccc}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{array}$$

2.4. Submatrix 4

$$\begin{array}{ccc}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{array}$$

2.3. Submatrix 5			2.4. Submatrix 6		
1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3

Weitere Matrizen kann man durch Umstellung der Zeilen und Spalten konstruieren, z.B.

1.1	1.3	1.2	2.1	2.2	2.3
2.1	2.3	2.2	2.1	1.2	1.3
3.1	3.3	3.2	3.1	3.2	3.3,

wobei dann abzuklären ist, welche zueinander isomorph sind und welche nicht.

Bibliographie

Mitterauer, Bernhard, Schizophrenic symptoms of incoherence may be caused by decomposed oligodendrocyte-axonic relations. http://www.uni-salzburg.at/pls/portal/docs/1/544656.PDF (2008)

Dekomposition und Selbstgrenzen

1. Wie in Toth (2010) gezeigt wurde, kann man die semiotische Matrix so dekomponieren, dass Information kategorisiert oder nicht kategorisiert werden kann. Der Verlust von Selbstgrenzen muss dann im Anschluss an Mitterauer (2002) mit den letzteren, den nicht-kategorialen (nicht-kategorisierenden) Dekompositionen zusammenhängen. Mit Hilfe einer einfachen Überlegung können wir als Umgebung eines Subzeichens seine Valenzmenge definieren:

$U(a.b) = V(a.b)$.

Entsprechend kann somit das semiotische Selbst durch jedes der 9 Subzeichen der triadisch-trichotomischen Peirceschen Semiotik repräsentiert werden. Da, wie gezeigt wird, jedes Subzeichen eine eigene Umgebung hat, kann also das semiotische Selbst allein durch seine semiotische Umgebung eindeutig bestimmt werden. Wenn wir nun die Selbstgrenze eines semiotischen Selbst bestimmen wollen, genügt es somit, die Umgebung der Umgebung eines Subzeichens zu bestimmen. Mit einer weiteren einfachen Überlegung bemerkt man jedoch, dass diese nichts anderes ist als die Komplementärmengen zu den Valenzmengen relativ zur semiotischen Matrix:

$U(U(a.b) = U(V(a.b)) = (U(a.b))°$

Wie man jedoch ebenfalls leicht bemerkt, ist der letzte Ausdruck nichts anderes als die Menge der nicht-kategorialen Dekompositionen einer semiotischen Matrix relativ zu einem bestimmten Subzeichen, d.h. zu einem semiotischen Selbst.

2. Punktmengen der Selbstgrenzen als $(U(a.b))°$ pro Subzeichen als Repräsentanten eines semiotischen Selbst.

2.1. Selbstgrenze des Qualizeichens (1.1):

1.1	1.2	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	3.3

2.2. Selbstgrenze des Sinzeichens (1.2):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

2.3. Selbstgrenze des Legizeichens (1.3):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

2.4. Selbstgrenze des Icons (2.1):

1.1	1.2	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	3.2	**3.3**

2.5. Selbstgrenze des Index (2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Hier ist also $(U(a.b))° = \varnothing$, da $U(a.b) = 9$. Da also auf jeden Fall Informationskategorisation stattfindet, besitzt der Index keine (inneremiotische) Selbstgrenze. Anschaulich kann man das damit in Verbindung bringen, dass (2.2) als einziges Subzeichen direkt mit seinem Objekt zusammenhängt.

2.6. Selbstgrenze des Symbols (2.3):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.7. Selbstgrenze des Rhemas (3.1)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	3.2	**3.3**

2.8. Selbstgrenze des Dicents (3.2)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.9. Selbstgrenze des Arguments (3.3):

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Wie man leicht sieht, kann man jede semiotische Selbstgrenze mit Hilfe von einfachen linearen Transformationen ineinander überführen.

Bibliographie

Mitterauer, Bernhard, Schizophrenic symptoms of incoherence may be caused by decomposed oligodendrocyte-axonic relations http://www.uni-salzburg.at/pls/portal/docs/1/544656.PDF (2002)

Toth, Alfred, Kategoriale und nicht-kategoriale Dekomposition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Umgebungen von Doppelpersonen

1. Zu Doppelpersonen vgl. Toth (2010a). Wie man anhand der in Toth (2010b) benutzten Matrizen zur Darstellung von Selbstgrenzen gut aufzeigen kann, partizipieren Doppelpersonen auch im Hinblick von Selbstgrenzen voneinander, wobei die letzteren nicht-trivial sind. Im folgenden beschränken wir uns darauf, einige Paare von Grenzen des semiotischen Selbst, ausgedrückt in Subzeichen, aufzuzeigen.

2.1. Valenzmengen des Qualizeichens (1.1) und des Sinzeichens (1.2)

1.1 →	1.2	1.3		1.1 ←	1.2 →	1.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3

U(1.1, 1.2) =

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

2.2. Valenzmenge des Sinzeichens (1.2) und des Legizeichens (1.3)

1.1 ←	1.2 →	1.3		1.1	1.2 ←	1.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3

U(1.2, 1.3) =

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Es ist also

U(1.1, 1.2) = U(1.2, 1.3).

2.3. Valenzmenge des Icons (2.1) und des Index (2.2):

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd}$$

U(2.1, 2.2) =

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.4. Valenzmenge des Index (2.2) und des Symbols (2.3)

$$\begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[d] \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{tikzcd}$$

U(2.2, 2.3) =

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Der Index ist das einzige semiotische Selbst, dessen Grenzen des leere Zeichen ist. Umgekehrt, wenn man die Existenz eines semiotischen Leerzeichens annimt, wäre die semiotische Matrix mit ihre 9 Subzeichen oder semiotischen Selbst die Selbstgrenze von ∅. Wenn immer bei einer Umgebung diejenige von (2.2) dabei ist, ist das Ergebnis das leere Zeichen.

2.5. Valenzmenge des Rhemas (3.1) und des Dicents (3.2)

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] & 3.3
\end{tikzcd}$$

U(3.1, 3.2) =

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.6. Valenzmenge des Dicents (3.2) und des Arguments (3.3)

$$
\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] & 3.3
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u]
\end{tikzcd}
$$

U(3.2, 3.3) =

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Es ist also: U(3.1, 3.2) = U(3.2, 3.3).

2.7. Man kann sogar eine kleine Arithmetik der Selbstgrenzen aufstellen, vgl. hier nur einige Hinweise.

2.7.1. Das leere Zeichen entsteht immer dann als Selbstgrenze, wenn

U(a.b, c.d) = U(a.b e.f) = U(e.f c.d),

vgl. z.B. U(1.2, 3.2) = U(

$$
\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] & 3.3
\end{tikzcd}
\ ) = \varnothing.
$$

2.7.2. Sind a, b, c, d paarweise verschieden, ist das Resultat ein singuläres semiotisches Selbst, vgl. U(1.2, 3.1) =

U(1.2, 3.1) = U(

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
1.1 & 1.2 \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}[column sep=small]
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}\ ) =$$

$$\begin{array}{ccc}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & \mathbf{3.3}
\end{array} = (3.3).$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Doppelpersonen als Permutationsmengen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Dekomposition und Selbstgrenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010b

Eine Eigentümlichkeit der indexikalischen Zeichenklassen

1. Wie bekannt, sind die indexikalischen Zeichenklassen

(3.1 2.2 1.2)
(3.1 2.2 1.3)
(3.2 2.2 1.2)
(3.2 2.2 1.3)

ferner gehört hierzu auch die zwar gegen das Bildungsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c für Zeichenklassen verstossende, nichtsdestoweniger aber als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix erscheinende Genuine Kategorienklasse

(3.3 2.2 1.1).

Unter diesen nehmen, worauf Bense (1992) hingewiesen hatte,

(3.1 2.2 1.3)
(3.2 2.2 1.2)
(3.3 2.2 1.1)

eine Sonderstellung in mehrfacher Hinsicht ein: sie alle bezeichnen Objekte (weshalb man sie auch als „objektale" Zeichenklassen bezeichnet), haben alle den gleichen Repräsentationswert Rpw = 12, und sind kraft dieses identischen Repräsentationswertes auf die Eigenrealität der Zkl (3.1 2.2 1.3) zurückführbar.

2. Da von den nicht zu den objektalen gezählten indexikalischen Zeichenklassen (3.1 2.2 1.2) Rpw = 11 und (3.2 2.2 1.3) Rpw = 13 hat, kann man diese als Begrezungsklassen ansehen. Entsprechend ist erstere strukturell eine O-thematisiertes Mittel, letztere ein O-thematisiertes Interpretant; die O-thematisierten Objekte der Eigenrealität mit ihrer triadischen strukturellen Realitäten, der einfachen Objektrealität und der Kategorienrealität mit ihrer ebenfalls triadischen strukturellen Realität liegen dazwischen.

Was alle 5 – und nicht nur die objektalen – indexikalischen Zeichenklassen miteinander verenigt, dass ist jedoch die Tatsache, dass der zentrale Index (2.2) jenes Subzeichen mit der grössten Valenzzahl ist, VZ = 9, ist:

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[l] \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3.
\end{tikzcd}$$

Da in Toth (2010) semiotische Selbstgrenzen als

$$G(a.b) = U(U(a.b) = U(V(a.b)) = (U(a.b))^\circ$$

für ein $(a.b) \in$ Matrix definiert wurden, ist also

$$G(2.2) = \varnothing,$$

d.h. das leere Zeichen. In anderen Worten: Wegen ihres Indexes haben die indexikalischen Zeichenklassen keine Selbstgrenzen. Dies gilt ohne weitere Begründung für die drei objektalen Zkln unter ihnen, denn Bense (1992) bringt als Beispiel (3.2 2.2 1.2) das gewöhnliche Objekt, für (3.1 2.2 1.3) das ästhetische Objekt, und für (3.3 2.2 1.1) as technische Objekt, es gilt aber offenbar auch für (3.1 2.2 1.2), das nach Walther „ein Objekt oder Ereignis direkter Erfahrung ist, das auf ein anderes Objekt verweist, mit dem es direkt verbunden ist“ (1979, S. 82) sowie für (3.2 2.2 1.3), das nach Walther „durch eine Assoziation allgemeiner Idee mit seinem Objekt verbunden ist“ (1979, S. 84), d.h. also generell: für Zeichen, die mit ihren Objekten direkt verbunden sind, im Grunde also für monokontextural simulierte Polykontexturalität, in der Zeichen und Objekt ja ganz austauschbar und wohl nicht einmal voneinander unterscheidbar sind.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Dekomposition und Sekbstgrenzen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Depersonalisation als Ursache von Panik

1. Das ICD-10 schreibt über Depersonalisation folgendes (cit. nach http://www.dimdi.de/static/de/klassi/diagnosen/icd10/htmlgm2010/block-f40-f48.htm):

> **F48.1 Depersonalisations- und Derealisationssyndrom**
>
> Definition
>
> Eine seltene Störung, bei der ein Patient spontan beklagt, das seine geistige Aktivität, sein Körper oder die Umgebung sich in ihrer Qualität verändert haben, und unwirklich, wie in weiter Ferne oder automatisiert erlebt werden. Neben vielen anderen Phänomenen und Symptomen klagen die Patienten am häufigsten über den Verlust von Emotionen, über Entfremdung und Loslösung vom eigenen Denken, vom Körper oder von der umgebenden realen Welt. Trotz der dramatischen Form dieser Erfahrungen ist sich der betreffende Patient der Unwirklichkeit dieser Veränderung bewusst. Das Sensorium ist normal, die Möglichkeiten des emotionalen Ausdrucks intakt. Depersonalisations- und Derealisationsphänomene können im Rahmen einer schizophrenen, depressiven, phobischen oder Zwangsstörung auftreten. In solchen Fällen sollte die Diagnose der im Vordergrund stehenden Störung gestellt werden.

2. Es sei hier im folgenden natürlich keine systematische Annäherung von Panik und Schizophrenie intendiert, sondern ein Spotlicht auf den Begriff der Depersonalisation geworfen, der, wie aus meinen letzten Arbeiten bekannt ist, für die Semiotik relevant ist. Offenbar unterscheidet sich (graduelle) Angst nämlich genau dadurch von (gradueller) Panik, dass der Betroffene im Moment der Panik „sich selbst nicht mehr spürt", d.h. nicht mehr als sich selbst und als Teil seiner Umwelt (zu der er ja trotzdem gehört) wahrnimmt. Was im Falle der Panik also vielleicht nur für sehr kurze Zeit eintritt, wird im Rahmen der Schizophrenie möglicherweise für viel länger systematisiert.

3. In Toth (2010a) war gezeigt worden, dass jedes der 9 Subzeichen der semiotischen Matrix als „semiotisches Selbst" definiert werden kann. Jedes semiotische Selbst kann damit mit einer „Peirce-Zahl" charakterisiert werden. Ensprechend ist seine Umgebung definierbar als das Feld seiner Valenz-Zahlen, die für alle 9 semiotischen Selbst eindeutig sind. Als Selbstgrenzen kann man sodann einfach die Umgebungen der Umgebungen dieser semiotischen Selbste definieren, d.h. es gilt

$G(a.b) = U(U(a.b) = U(V(a.b)) = (U(a.b))°$, wobei im einzelnen ist

G(1.1) = {1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3}
G(1.2) = {3.1, 3.2, 3.3}
G(1.3) = {1.1, 2.1, 3.1, 3.2, 3.3}
G(2.1) = {1.3, 2.3, 3.3}
G(2.2) = ∅
G(2.3) = {1.1, 2.1, 3.1}
G(3.1) = {1.1, 1.2, 1.3, 2.3, 3.3}
G(3.2) = {1.1, 1.2, 1.3}
G(3.3) = {1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 3.1}

Zu den entsprechenden Matrizendarstellungen vgl. Toth (2010b). Der tiefste Grund liegt natürlich darin, dass der "semiotische Raum" (Bense 1975, S. 65 f.) abgeschlossen ist. Demzufolge verhält sich der U-Operator ähnlich wie ein modelltheoretischer Folgerungs-Operator, so dass also z.B. jeder neue durch Folgerung gewonnene Satz einer Theorie bereits zur Theorie gehört, denn diese ist unüberschreitbar wie es die Grenzen der Peirceschen Matrix sind – es handelt sich somit um eine Definition der Selbstgrenzen, die perfekt ins Konzept des aristotelischen "Individuums" passen.

4. In den folgenden Matrizen sind nun sowohl die entsprechenden semiotischen "Selbste" (unterstrichen) wie auch ihre Grenzen (fett) eingezeichnet:

4.1. Selbstgrenze des Qualizeichens (1.1):

$\underline{1.1}$	1.2	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	3.3

4.2. Selbstgrenze des Sinzeichens (1.2):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

4.3. Selbstgrenze des Legizeichens (1.3):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

4.4. Selbstgrenze des Icons (2.1):

1.1	1.2	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	3.2	**3.3**

4.5. Selbstgrenze des Index (2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

(Hier ist also $(U(a.b))° = \varnothing$, da $U(a.b) = 9$, cf. Toth 2010c.)

4.6. Selbstgrenze des Symbols (2.3):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

4.7. Selbstgrenze des Rhemas (3.1)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	3.2	**3.3**

4.8. Selbstgrenze des Dicents (3.2)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

4.9. Selbstgrenze des Arguments (3.3):

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Wenn nun also für einen Augenblick das semiotische Selbst diesem nicht mehr zugänglich ist, so bedeutet diese Form der Depersonalisation semiotisch, dass auch die Selbstgrenzen für diesen Moment verschwinden. Da das einzige semiotische Selbst, dessen Selbstgrenzen die leere Menge, d.h. die leere Matrix oder das leere Zeichen ist, der Index (2.2) ist, könnte man auch sagen, **Depersonalisation bedeute die Indexikalisierung des semiotischen Selbst**. In diesem Moment gibt es also keine zugänglichen Intentionen noch Rejektionen, weder Pläne noch Realitätstestungen und somit „keinen Ausweg“ mehr: man gerät eben in Panik. Dass die Menschen in Panik, wenn es ihnen möglich ist, sich an irgendwelche Beobachter, die gerade da sind, wenden, mag daran liegen, dass sie intuitiv versuchen, die Selbstgrenzen des logischen Du's zu übernehmen. Das ist zwar in einer monokontexturalen Welt prinzipiell unmöglich, aber es hilft, den Augenblick der Panik bis zum Abflachen des Apex der Angstattacke zu überwinden, es ist also eine Fontanesche „Hilfskonstruktion“.

Der Psychiater Dr. med. Oskar Panizza hatte in seiner „Psychopathia criminalis“ gegen Panikattacken folgendes empfohlen: „Trinkt wenigstens *Einbecker* Bier, wie *Luther,* als er vor dem Reichstag erschien, und seine Seele verzagen wollte” (Panizza 1985, S. 47).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baen 1975

Panizza, Oskar, Psychopathia criminalis. 2. Aufl. München 1985

Toth, Alfred, Dekomposition und Selbstgrenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Kategoriale und nicht-kategoriale Dekomposition. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010b

Toth, Alfred, Eine Eigentümlichkeit der indexikalischen Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010c

Homographen für Grenzen von Zeichenklassen

1. Wie in Toth (2010) nachgewiesen wurde, besitzt jedes Subzeichen eine charakteristische Umgebung, die in Form einer Valenzzahl ordinal usdrückbar ist, sowie eine charakteristische Grenze, welche als Konverse der Umgebung eines Subzeichens topologisch bestimmbar ist:

U(a.b) = V(a.b).
U(U(a.b) = U(V(a.b)) = (U(a.b))°

2. Ganz anders aber verhält es sich, wenn man die dyadischen Subzeichen – etwa durch relationale Konkatenation wie in Walther (1979, S. 79) – zu Triaden von Dyaden, d.h. zu Zeichenklassen und Realitätsthematiken komponiert. Hier tritt eine enorme Menge von Homographen für deren Grenzen auf. Um diesen Sachverhalt darzustlelen, geben wir im folgen zuerst die Grenzen der Subzeichen und anschliessend diejenigen der Zeichenklassen in Form von Matrizendarstellungen.

2.1. Grenze des Qualizeichens (1.1):

1.1	1.2	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	3.3

2.2. Grenze des Sinzeichens (1.2):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

2.3. Grenze des Legizeichens (1.3):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

2.4. Grenze des Icons (2.1):

1.1	1.2	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	3.2	**3.3**

2.5. Grenze des Index (2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Hier ist also $(U(a.b))° = \varnothing$, da $U(a.b) = 9$. Da also auf jeden Fall Informationskategorisation stattfindet, besitzt der Index keine (inneremiotische) Selbstgrenze. Anschaulich kann man das damit in Verbindung bringen, dass (2.2) als einziges Subzeichen direkt mit seinem Objekt zusammenhängt.

2.6. Grenze des Symbols (2.3):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.7. Grenze des Rhemas (3.1)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	3.2	**3.3**

2.8. Grenze des Dicents (3.2)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.9. Grenze des Arguments (3.3)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

3. Grenzen von Zeichenklassen

3.1. (3.1 2.1 1.1)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	**3.3**

3.2. (3.1 2.1 1.2)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	**3.3**

3.3. (3.1 2.1 1.3)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	**3.3**

3.4. (3.1 2.2 1.2)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	**3.3**

3.5. (3.1 2.2 1.3)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	**3.3**

3.6. (3.1 2.3 1.3)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	**3.3**

3.7. (3.2 2.2 1.2)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

3.8. (3.2 2.2 1.3)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

3.9. (3.2 2.3 1.3)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

3.10. (3.3 2.3 1.3)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

Von besonderem Interesse sind die Homographen von (3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.3) und (3.1 2.3 1.3), denn ihre Komplementärmenge ist der Index, dessen eigene Grenze, d.h. Komplementärmenge als Subzeichen die leere Matrix ist (vgl. Toth 2010)! Ebenfalls denselben Graphen (Homographen) hat die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1).

Bibliographie

Toth, Alfred, Dekomposition und Selbstgrenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl Stuttgart 1979

Maria Braun und die Reichweite der Repräsentation

1. In R.W. Fassbinders „Die Ehe der Maria Braun“ gehört es zur Stategie von Maria Braun, der „Mata-Hari des Wirtschaftswunders“, dass sie eine Scheinbeziehung zum reichen Unternehmer und späteren Chef, Karl Oswald, eingeht. Gleich zu Beginn ihrer Anstellung sagt sie ihm, sie möchte mit ihm schlafen. Er ist einigermassen überrumpelt, weist aber die schöne Frau nicht von sich. Da sie sozusagen die von Oswald geglaubte Liebesbeziehung am Ende statt am Anfang beginnt, nimmt er an, er dürfe ihr Blumen und Schokolade bringen, sie nach Hause fahren, mit ihr die Wochenenden verbringen, was sie ihm aber in aller Brutalität versagt. Sie paralysiert ihn somit mit dem Geschlechtsakt, der in Oswalds Vorstellung erst lange nach dem Anbahnen einer Beziehung durch Blumen, Schoklade, Ausflügen usw. folgt. Oswald selber nimmt an, dass eine Art von Teilmengen- oder Implikationsbeziehung besteht zwischen dem Geschlechtsakt als Höhepunnkt und die ihn anbahnenden Vorbereitungen. Im Grunde teilt diese Vorstellung natürlich auch Maria Braun, denn nicht anders ist es ihr seinerzeit mit ihrem in Haft sitzenden Mann Hermann gegangen. Zu ihrem Mann sagte sie nicht am Anfang der Beziehung, sie wolle mit ihm ins Bett und hielt ihn später am Gängelband der Sexualität gefangen. Wie wir am Ende des Films sehen, ist sie sogar sexuell trotz seiner gefängnisbedingten Abwesenheit von Hermann etwa so stark abhängig wie es Oswald von ihr ist. Da Hermann physisch gefangen ist, tut Oswald denn auch das einzig Richtige als psychisch Gefangener: Er will seine Gefangenschaft von Maria verstehen, indem er eine Freunschaft von Marias Mann Hermann im Gefängnis aufbaut. Trotzdem kostet Oswald die Behandlung durch Maria am Ende des Lebens. Sein Buchhalter Senkenberg sagt: „Herr Oswald ist tot. Herzversagen. Er starb im Schlaf. Seine Haushälterin sagt, er hatte ein Lächeln auf den Lippen. Wie ein Kind“.

2. Ich denke, das erst nach Oswalds Tode fallende Stichwort „wie ein Kind“ bringt vollends Licht in Marias Strategie, Oswald zu behandeln: Genauso wie man in der Logik nicht einfach eine Implikation durch eine Replikation bzw. umgekehrt ersetzen kann, denn die beiden Sätze

Wenn es regnet, wird die Strasse nass.
Wenn die Strasse nass wird/ist, regnet es.

sind bekanntlich nicht gleichwertig. Genauso wenig wie man also diese beiden Sätze einfach austauschen kann, man auch nicht die Repräsentationen in der Semiotik austauschen. Thematisiert man z.B. den Geschlechtsakt mit dem Subzeichen der reinen Qualität, dem Qualizeichen (1.1), das Nachhausebringen mit dem orts- und zeitabhängigen Sinzeichen (1.2) und das konventionelle Überbringen von Blumen mit dem Legizeichen (1.3), dann haben wir

$$(1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3) \not\equiv$$
$$(1.3) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.1)$$

Da Maria Braun mit der Sexualität beginnt, nimmt Oswald also auch den Rest der Trichotomie an (1.1) → (1.2) → (1.3) und steht somit auf dem semiosischen Standpunkt. Maria aber, die auf dem retrosemoisischen Standpunkt steht (der wohl nicht umsonst kennzeichnend ist für die praktische, realitätsthematische Seite der Repräsentation), wählt (1.3) und weigert sich, die vorangehenden Schritte nachzuholen. Im Grunde stehen Maria und Oswald an den zwei Enden eines Tunnels.

2. Trotzdem bestimmt nun aber Maria, ob und wann sie mit Oswald essen will, seine Blumen oder seine Schokoladen bekommen und mit ihm in den Wochenendurlaub fahren will, d.h. semiotisch gesprochen bestimmt sie vom Ende der Trichotomie aus die Reichweite der Repräsentation der Subzeichen. Nehmen wir als Beispiel das Legizeichen (1.3). Sein **Repräsentationsfeld** wird bestimmt durch seine Position in der Triade wie in der Trichotomie:

$$\begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & \leftarrow 1.3 \\ & & \downarrow \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

Demnach gilt also

RepF (1.3) = {(1.2), (1.3), (2.3)}

In Sonderheit gilt also

(a.b) ∈ RepF(a.b).

Nun kann man aber bei gewissen Subzeichen bis zu 3 Repräsentationsfelder unterscheiden, wie wiederum das Beispiel von (1.3) zeigt:

1.1	1.2	←1.3
		↓
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Hier gilt also

RepF1 (1.3) = {(1.2), (1.3), (2.3)}
RepF2 (1.3) = {(1.1), (2.2), (3.3)}
RepF3 (1.3) = {(2.1), (3.1), (3.2)},

d.h. die Unterscheidung und damit die Anzahl der Repräsentationsfelder eines Subzeichens (a.b) wird durch die Valenz V(a.b) bestimmt, worunter die Valenz die Menge der von (a.b) aus direkt, d.h. linear erreichbaren Subzeichen meint:

V(a.b) = {(a+1).b, a.b(+1)},

nicht jedoch die diagonal erreicharen Subzeichen, die Abkürzungen von zwei Valenzschritten darstellen:

diag(a.b) = (a±1).b + a.b(±1),

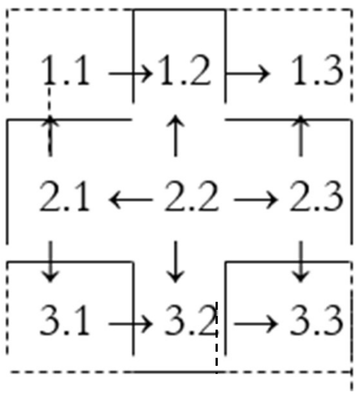
denn z.B. ist

(2.2) = (1.3) + (1.-2),

somit gilt also

(2.2) ∈ RepF2(1.3). Ein Blick in die obige kleine Tabelle bestätigt das.

Da der Index die grösste Valenz hat, haben seine Repräsentationsfelder auch auch die grössten Mengen von Subzeichen. Trotzdem hat er aber nicht die maximale Anzahl der Repräsentationsfelder:



Die Reichweite der primären Repräsentation, d.h. von Repräsentationsfeld 1, kann hier also 4mal einfach, 6mal zweifach, 4mal dreifach und 1mal 4 vierfach, total also 15mal abgeschnitten werden. Dies ist somit die maximale Anzahl der Entäuschungen, die Maria Braun dem Karl Oswald beibringen kann.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads, and triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Felder

1. Mit Hilfe des Begriffs der topologischen Umgebung eines Subzeichens

U(a.b),

wobei (a.b) $\in$ U(a.b) gilt, kann man bekanntlich die „Valenz“ eines Subzeichens bestimmen (vgl. Toth 2009a, b). Der Grundgedanke liegt darin, dass jedes Subzeichens (a.b) qua a einer Triade und qua b einer Trichotomie angehört, wobei geringere Triaden- und Trichotomienwerte in höheren eingeschlossen sind, d.h. es gilt (vgl. Bense 1979, S. 53, 67):

Td: 1.a $\subset$ 2.a $\subset$ 3.a

Tt: a.1 $\subset$ a.2 $\subset$ a.3

2. Ein Subzeichen schliesst damit andere Subzeichen ein, wird aber auch durch andere Subzeichen eingeschlossen. Wir bezeichnen die Menge aller Subzeichen, die mit einem bestimmten Subzeichen (a.b) in einer solchen doppelten Inklusionsbeziehung stehen, mit semiotischer Valenz. Die semiotische Valenzzahl, welche die Anzahl der mit (a.b) in doppelter Inklusionsbeziehung stehenden Subzeichen angibt, ist eine kardinale Bestimmung von Semiotizität, die eineindeutig auf jedes Subzeichen abgebildet ist (was bekanntlich für den Repräsentationswert nicht gilt); vgl.

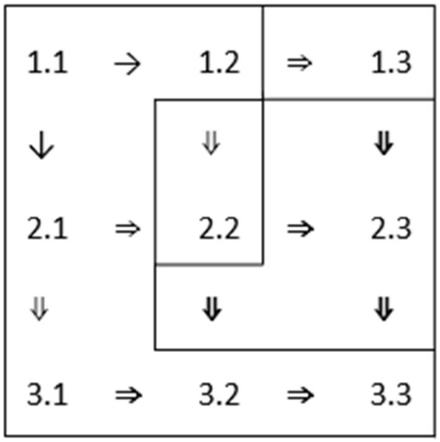
$$\begin{array}{ccccc} 1.1 & \rightarrow & 1.2 & & 1.3 \\ \downarrow & \searrow & & & \\ 2.1 & & 2.2 & & 2.3 \\ & & & & \\ 3.1 & & 3.2 & & 3.3 \end{array}$$

Wie man erkennt, ist der V(1.1) > U(1.1), denn

diag(1.1) = (2.2) $\in$ U(U(1.1)),

d.h. der diagonale Nachbar (2.2) von (1.1) zählt nicht zur (primären) Umgebung von (1.1), weil auf 2 und nicht nur einem linearen Schritt von (1.1) aus erreichbar ist.

3. Umfassender als die Begriffe semiotischer Nachbar bzw. Umgebung und Valenz ist das in Toth(2010) eingeführte Repräsentationsfeld.



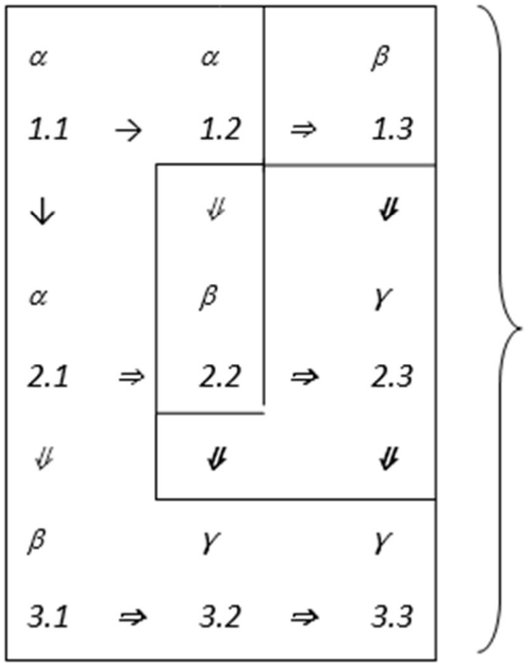
Es ist also
RepF1(1.1) = {(1.1), (1.2), (2.1)}
RepF2(1.1) = {(1.3), (2.2), (3.1)}
RepF3(1.1) = {(2.3), (3.2), (3.3)}

4- Wir führen jetzt über dem RepF das allgemeine semiotische Feld ein:

SF = RepF1 ∪ RepF2 ∪ **…** ∪ RepF3.

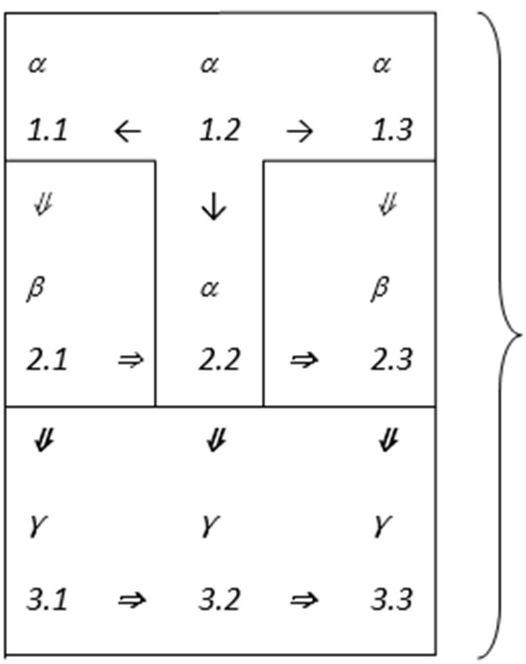
Damit ergibt sich eine neue, valenzbasierte, Gewichtung der 9 Subzeichen der semiotischen Matrix in Abhängigkeit von der Umgebung bzw. der Valenz eines bestimmten Subzeichens. Gleiche semiotische Ladung haben diejenigen x ∈ U(a.b), welche durch die gleiche Anzahl Schritte von (a.b) entfernt sind, bzw. deren absoluter Abstand|x – (a.b) | den gleichen Repräsentationswert hat. Im folgenden bezeichnen wir die x ∈ U(a.b) mit griechischen Minuskeln.

4.1. 1. Beispiel: SF(1.1)



$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \beta \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \beta & \gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

4.2. 2. Beispiel SF(1.2)



$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \alpha \\ \beta & \alpha & \beta \\ \gamma & \gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

Es gibt für die 9 Subzeichen genau 9 distinkte semiotische Felder. Für die 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken gibt es ebenfalls je 10 distinkte semiotische Felder, wobei in diesem Fall sich die Umgebungen der Subzeichen überlappen, was ich anderswo bereits dargestellt habe. Mit Hilfe der semiotischen „Feld-Matrizen“ kann man ferner die Genese von Zeichenklassen aus Subzeichen sowie konkatenierten Dyaden auf neue und interessante Weise darstellen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotic covalent bonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

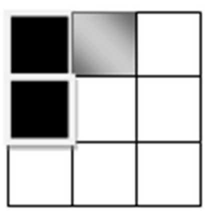
Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads and triads. In: In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Die Steuerung semiotischer Gleichfarbigkeit. In: In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

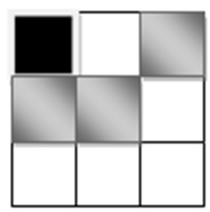
Strukturschemata semiotischer Felder von Zeichenklassen

1. In Toth (2010) hatten wir Zeichenklassen aus semiotischen Feldern konstruiert. Dabei ergaben sich bis zu drei Besetzungen für semiotische „Ladungen“ (Valenzen) pro Subzeichen, wobei V = 3 natürlich das Maximum für triadische Zeichenklassen darstellt und 0 aus ebenso natürlichen Gründen nicht vorkommt. Wir wollen diese unübersichtlichen Matrizen in diesem Anhang dadurch visualsieren und vereinfachen, dass wir einfache Besetzung weiss lassen, doppelte Besetzung grau und dreifache Besetzung schwarz ausmalen.

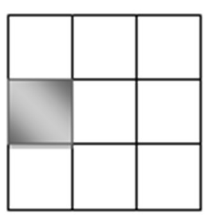
2.1. SemF(3.1 2.1 1.1)



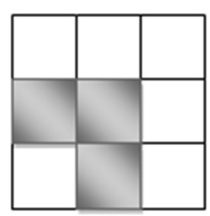
2.2. SemF(3.1 2.1 1.2)



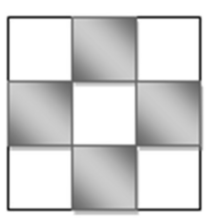
2.3. SemF(3.1 2.1 1.3)



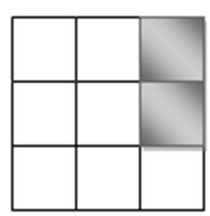
2.4. SemF(3.1 2.2 1.2)



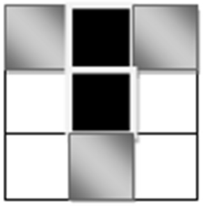
2.5. SemF(3.1 2.2 1.3)



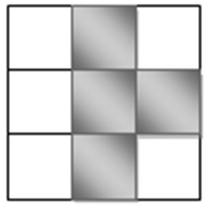
2.6. SemF(3.1 2.3 1.3)



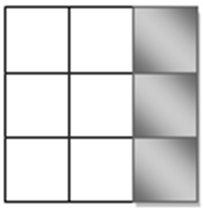
2.7. SemF(3.2 2.2 1.2)



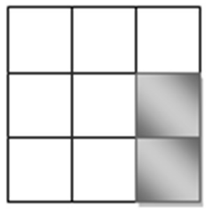
2.8. SemF(3.2 2.2 1.3)



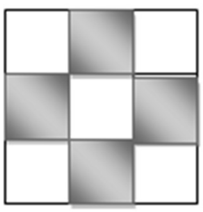
2.9. SemF(3.2 2.3 1.3)



2.10. SemF(3.3 2.3 1.3)



2.11. SemF(3.3 2.2 1.1)



Dieses Strukturschematik verhält sich also so zu den in Toth (2010) eingeführten semiotischen Feldern wie die monokontexturale zur polykontexturalen und die quantitative zur qualitativen Mathematik: sie reduziert alle Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität. Bemerkenswert ist,dass dadurch die semiotischen Felder der Eigenrealität und der Kategorienrealität gleiche Strukturschemata erhalten.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Felder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Grundlegung einer semiotischen Objekttheorie I

1. Wir gehen mit Toth (2010) davon aus, dass eine Semiotik eine Struktur ist, welche das Tripel

$\Sigma 3 = \langle OR, DR, ZR \rangle$

erfüllt. Dabei steht OR für den ontologischen Raum, DR für den Raum der disponiblen Kategorien und ZR für den semiotischen Raum (vgl. Bense 1975, S. 45 f., 65 f.). Die Darstellung der Elemente aus OR in DR soll dabei fakultativ sein, denn das Paar

$\Sigma 2 = \langle OR, ZR \rangle$

genügt im Prinzip zur Darstellung der elementaren Semiose im Sinne der Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9).

2. Nach Bense und Walther (1973, S. 71) handelt es sich bei den objektalen Kategorien $\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}$ um triadische Objekte, insofern sie sich auf die semiotischen Kategorien M, O, I beziehen. Allerdings handelt es sich, anders als bei ZR (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), bei OR nicht um eine verschachtelte, d.h. nicht-lineare triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation

$ZR = 3(1M, 2O, 3I)$,

sondern um eine lineare triadische Relation über drei triadischen Relationen

$OR = 3(3\mathcal{M}, 3\Omega, 3\mathcal{I})$.

Damit gibt es weder kartesische Produkte (z.B. $1.1 = 1. \times .1$) noch Pathologien wie gebrochene Kategorien (z.B. 1.2, 1.3, 2.1, 3.1, usw.) noch inklusive Ordnungen (z.B. $Zkl = 3.a\ 2.b\ 1.c$ mit $a \leq b \leq c$), mit denen man ja bei den Zeichen des semiotischen Raumes konfroniert ist. Man beachte, dass im Gegensatz zu Bense (1975, S. 66) das Objekt hier als 1Ω und nicht als 0Ω eingeführt wird, denn wir überspringen ja sozusagen den Raum DR. Damit fallen aber sowohl bei den Zeichen als auch bei den

Okten (d.h. den Elementen von OR wie denen von ZR) Relational- und Kategorialzahlen zusammen (Bense 1975, S. 66).

3. OR = $3(3\mathcal{M}, 3\Omega, 3\mathcal{I})$

besteht also aus 4 triadischen Relationen:

1. OR, 2. $\mathcal{M}$, 3. Ω, 4. $\mathcal{I}$

Jede objektale Kategorie wird durch ein Paar von Zahlen charakterisiert, von denen das eine die Relationalzahl r und das andere die Valenzzahl v ist:

rXv
mit $X \in \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$ $r, v \in \{1, 2, 3\}$.

Hier ein kurzer Hinweis zu Valenzzahlen: Sie wurden von Bense nicht berücksichtigt. Die gebrochenen, aus kartesischer Multiplikation entstandenen „Subkategorien" Peirce´s z.B. verstossen prinzipiell gegen die Valenz, denn in der Semiotik fallen –adizität bzw. –a/otomie einer semiotischen Zahl normalerweise zusammen, d.h. 1 kann nur sich selbst binden, ihre Valenzzahl ist daher nach unserer Zählung V(1) = 1. Entsprechend gilt V(2) = 2, V(3) = 3. Folglich sind aber gebrochene Kategorien wie 1.3 mit V(1) = 1 und V(3) = 3, also V(1.3) = 4 wegen Verstosses gegen die adizität/-a/otomie ausgeschlossen.

4. Berücksichtigen wir die Valenz der Trichotomie, so bekommen wir aber nur eine einzige Zeichenklasse

1. Zkl = $(\mathcal{MMM}, \Omega\Omega\Omega, \mathcal{III})$,

denn wir haben ja nur die folgenden 3 Subzeichen:

$(\mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}), (\Omega\ \Omega\ \Omega), (\mathcal{I}\ \mathcal{I}\ \mathcal{I})$.

5. Gehen wir jedoch von den Subzeichen, d.h. Trichotomien ohne Berücksichtigung der Valenzen aus

$\mathcal{M}\ \Omega$	$\Omega\ \Omega\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}$	$\mathcal{I}\ \Omega\ \Omega\ \Omega$
–	$\Omega\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}$	$\mathcal{I}\ \mathcal{I}\ \Omega\ \mathcal{M}$
	–	$\mathcal{I}\ \Omega\ \Omega\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}$
		$\mathcal{I}\ \mathcal{I}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}$
		$\mathcal{I}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}\ \mathcal{M}$,

so erhalten wir 2 x 3 x 6 = 36 Zeichenklassen:

Zkl 1 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\Omega$, $\mathcal{III}$)

Zkl 2 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\Omega$, $\mathcal{I}\Omega\Omega\Omega$)

Zkl 3 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\Omega$, $\mathcal{II}\Omega\mathcal{M}$)

Zkl 4 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\Omega$, $\mathcal{I}\Omega\Omega\mathcal{MM}$)

Zkl 5 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\Omega$, $\mathcal{II}\mathcal{MMM}$)

Zkl 6 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\Omega$, $\mathcal{I}\mathcal{MMMMMM}$)

1. 6er-Trichotomie

--Trichotomienwechsel

Zkl 7 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\mathcal{MM}$, $\mathcal{III}$)

Zkl 8 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\mathcal{MM}$, $\mathcal{I}\Omega\Omega\Omega$)

Zkl 9 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\mathcal{MM}$, $\mathcal{II}\Omega\mathcal{M}$

Zkl 10 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\mathcal{MM}$, $\mathcal{I}\Omega\Omega\mathcal{MM}$)

Zkl 11 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\mathcal{MM}$, $\mathcal{II}\mathcal{MMM}$)

Zkl 12 = ($\mathcal{MMM}$, $\Omega\Omega\mathcal{MM}$, $\mathcal{I}\mathcal{MMMMMM}$)

2. 6er-Trichotomie

Zkl 13 = (mmm, Ωmmmm, ℐℐℐ)
Zkl 14 = (mmm, Ωmmmm, ℐΩΩΩ)
Zkl 15 = (mmm, Ωmmmm, ℐℐΩm) 3. 6er-Trichotomie
Zkl 16 = (mmm, Ωmmmm, ℐΩΩmm)
Zkl 17 = (mmm, Ωmmmm, ℐℐmmm)
Zkl 18 = (mmm, Ωmmmm, ℐmmmmmm)

==================================== doppelter Trichotom.-W.

Zkl 19 = (mΩ, ΩΩΩ, ℐℐℐ)
Zkl 20 = (mΩ, ΩΩΩ, ℐΩΩΩ)
Zkl 21 = (mΩ, ΩΩΩ, ℐℐΩm) 4. 6er-Trichotomie
Zkl 22 = (mΩ, ΩΩΩ, ℐΩΩmm)
Zkl 23 = (mΩ, ΩΩΩ, ℐℐmmm)
Zkl 24 = (mΩ, ΩΩΩ, ℐmmmmmm)

Zkl 25 = (mΩ, ΩΩmm, ℐℐℐ)
Zkl 26 = (mΩ, ΩΩmm, ℐΩΩΩ)
Zkl 27 = (mΩ, ΩΩmm, ℐℐΩm) 5. 6er-Trichotomie
Zkl 28 = (mΩ, ΩΩmm, ℐΩΩmm)
Zkl 29 = (mΩ, ΩΩmm, ℐℐmmm)
Zkl 30 = (mΩ, ΩΩmm, ℐmmmmmm)

Zkl 31 = (mΩ, Ωmmmm, ℐℐℐ)
Zkl 32 = (mΩ, Ωmmmm, ℐΩΩΩ)
Zkl 33 = (mΩ, Ωmmmm, ℐℐΩm) 6. 6er-Trichotomie
Zkl 34 = (mΩ, Ωmmmm, ℐΩΩmm)
Zkl 35 = (mΩ, Ωmmmm, ℐℐmmm)
Zkl 36 = (mΩ, Ωmmmm, ℐmmmmmm)

In numerischer Kategorienschreibweise:

Zkl 1 = (111, 222, 333)

Zkl 2 = (111, 222, 3222)

Zkl 3 = (111, 222, 3321)

Zkl 4 = (111, 222, 32211)

Zkl 5 = (111, 222, 33111)

Zkl 6 = (111, 222, 3111111)

Zkl 7 = (111, 2211, 333)

Zkl 8 = (111, 2211, 3222)

Zkl 9 = (111, 2211, 3321)

Zkl 10 = (111, 2211, 32211)

Zkl 11 = (111, 2211, 33111)

Zkl 12 = (111, 2211, 3111111)

Zkl 13 = (111, 21111, 333)

Zkl 14 = (111, 21111, 3222)

Zkl 15 = (111, 21111, 3321)

Zkl 16 = (111, 21111, 32211)

Zkl 17 = (111, 21111, 33111)

Zkl 18 = (111, 21111, 3111111)

Zkl 19 = (12, 222, 333)

Zkl 20 = (12, 222, 3222)

Zkl 21 = (12, 222, 3321)

Zkl 22 = (12, 222, 32211)

Zkl 23 = (12, 222, 33111)

Zkl 24 = (12, 222, 3111111)

Zkl 25 = (12, 2211, 333)

Zkl 26 = (12, 2211, 3222)

Zkl 27 = (12, 2211, 3321)

Zkl 28 = (12, 2211, 32211)

Zkl 29 = (12, 2211, 33111)

Zkl 30 = (12, 2211, 3111111)

Zkl 31 = (12, 21111, 333)

Zkl 32 = (12, 21111, 3222)

Zkl 33 = (12, 21111, 3321)

Zkl 34 = (12, 21111, 32211)

Zkl 35 = (12, 21111, 33111)

Zkl 36 = (12, 21111, 3111111)

Durch zusammenfassende Schreibung der Partialrelationen kann man diese 36 Zeichenklassen wie folgt notieren:

Zkl 1 = (13, 23, 33)

Zkl 2 = (13, 23, 3123)

Zkl 3 = (13, 23, 322111)

Zkl 4 = (13, 23, 312212)

Zkl 5 = (13, 23, 3213)

Zkl 6 = (13, 23, 3116)

Zkl 7 = (13, 2212, 33)

Zkl 8 = (13, 2212, 3123)

Zkl 9 = (13, 2212, 322111)

Zkl 10 = (13, 2212, 312212)

Zkl 11 = (13, 2212, 3213)

Zkl 12 = (13, 2212, 3116)

Zkl 13 = (13, 2114, 33)

Zkl 14 = (13, 2114, 3123)

Zkl 15 = (13, 2114, 322111)

Zkl 16 = (13, 2114, 332212)

Zkl 17 = (13, 2114, 3213)

Zkl 18 = (13, 2114, 3116)

Zkl 19 = (1121, 23, 33)

Zkl 20 = (1121, 23, 3123)

Zkl 21 = (1121, 23, 322111)

Zkl 22 = (1121, 23, 312212)

Zkl 23 = (1121, 23, 3213)

Zkl 24 = (1121, 23, 36)

Zkl 25 = (1121, 2212, 33)

Zkl 26 = (1121, 2212, 3123)

Zkl 27 = (1121, 2212, 322111)

Zkl 28 = (1121, 2212, 312212)

Zkl 29 = (1121, 2212, 3213)

Zkl 30 = (1121, 2212, 3116)

Zkl 31 = (1121, 24, 33)

Zkl 32 = (1121, 24, 3123)

Zkl 33 = (1121, 24, 322111)

Zkl 34 = (1121, 24, 312212)

Zkl 35 = (1121, 24, 3213)

Zkl 36 = (1121, 24, 3116)

Es ist also

Zkl = (AV($\mathcal{M}$), B AV(Ω), C AV($\mathcal{I}$)) mit V($\mathcal{M}$) = 3, V(Ω) = 6, V($\mathcal{I}$) = 9, wobei also jedes V(x) angibt, wieviele Male die ontologische Kategorie x aufscheint.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Toth, Alfred, Die Erschaffung des Jenseits durch das Zeichen. Tucson, AZ 2010

Grundlegung einer semiotischen Objekttheorie II

1. In Toth wurden die 36 möglichen Objektklassen gegeben, die ohne Berücksichtigung der Valenzen der objektalen Kategorienrelation

OR = $3(3\mathcal{M}, 3\Omega, 3\mathcal{I})$

konstruierbar sind:

Zkl 1 = (111, 222, 333)

Zkl 2 = (111, 222, 3222)

Zkl 3 = (111, 222, 3321)

Zkl 4 = (111, 222, 32211)

Zkl 5 = (111, 222, 33111)

Zkl 6 = (111, 222, 3111111)

Zkl 7 = (111, 2211, 333)

Zkl 8 = (111, 2211, 3222)

Zkl 9 = (111, 2211, 3321)

Zkl 10 = (111, 2211, 32211)

Zkl 11 = (111, 2211, 33111)

Zkl 12 = (111, 2211, 3111111)

Zkl 13 = (111, 21111, 333)

Zkl 14 = (111, 21111, 3222)

Zkl 15 = (111, 21111, 3321)

Zkl 16 = (111, 21111, 32211)

Zkl 17 = (111, 21111, 33111)

Zkl 18 = (111, 21111, 3111111)

Zkl 19 = (12, 222, 333)

Zkl 20 = (12, 222, 3222)

Zkl 21 = (12, 222, 3321)

Zkl 22 = (12, 222, 32211)

Zkl 23 = (12, 222, 33111)

Zkl 24 = (12, 222, 3111111)

Zkl 25 = (12, 2211, 333)

Zkl 26 = (12, 2211, 3222)

Zkl 27 = (12, 2211, 3321)

Zkl 28 = (12, 2211, 32211)

Zkl 29 = (12, 2211, 33111)

Zkl 30 = (12, 2211, 3111111)

Zkl 31 = (12, 21111, 333)

Zkl 32 = (12, 21111, 3222)

Zkl 33 = (12, 21111, 3321)

Zkl 34 = (12, 21111, 32211)

Zkl 35 = (12, 21111, 33111)

Zkl 36 = (12, 21111, 3111111)

2. Demgegenüber sind über der triadisch-gestufen Zeichenrelation über Relationen
ZR = 3(1M, 2O, 3I)
lediglich 27 bzw. 10 Zeichenrelationen möglich:
Zkl 1 = (1.1 2.1 3.1)
Zkl 2 = (1.2 2.1 3.1)
Zkl 3 = (1.3 2.1 3.1)
Zkl 4 = (1.2 2.2 3.1)
Zkl 5 = (1.3 2.2 3.1)
Zkl 6 = (1.3 2.3 3.1)
Zkl 7 = (1.2 2.2 3.2)
Zkl 8 = (1.3 2.2 3.2)

Zkl 9= (1.3 2.3 3.2)
Zkl 10 = (1.3 2.3 3.3)

3. Nachdem die Objektklassen sich ja im ontologischen und die Zeichenklassen im semiotischen Raum befinden (Bense 1975, S. 45 f., 65.), entspricht also der Übergang
ontolischer Raum → semiotischer Raum
bzw.
Objektklassen → Zeichenklassen
genau dem Übergang
$\Omega \rightarrow ZR$,
also der thetischen Setzung von Zeichen bzw. „Metaobjektivation" (Bense 1967, S. 9). Das bedeutet also: Wenn es uns gelingt herauszufinden, wie die 36 Objektklassen auf die 10 Zeichenklassen abgebildet werden, haben wir einen Formalismus für die immer noch hauptschlich impressionistisch und nicht formal untersuchte Transformation der Zeichengenese gefunden.

4. Wir gehen aus von den maximalen Mengen der Objektskategorien:
(333), (222), (111), wie sie in
Zkl 1 = (111, 222, 333)
aufscheinen.
4.1. Wir partionieren:
111
1-11, 1-1-1, 11-1
222
2-22, 2-2-2, 22-1
333
3-33, 3-3-3, 33-3
4.2. Keine Reduktion ist möglich bei (111), hingegen können wir (111) durch
111
12
auf eine Dyade verkürzen, die in den Objektsklassen tatsächlich erscheint. (Es gibt keine Monaden, so dass der Schritt 12 → 3 also entfällt.)
Ferner können wir sowohl (222) als auch (333) Schritt für Schritt auf die jeweilige Hauptkategorie (d.h. 3 oder 2) plus eine Reihe von 1 zurückführen:

222	333
2211	3222
21111	32211
	321111
	3111111

4.3. Nach der Partition folgt nun die Reduktion:

222 → 22

2211 → 221 → 22

21111 → 2111 → 211 → 21

333 → 33

3222 → 322 → 32

32211 → 3221 → 322 → 32

321111 → 32111 → 3211 → 321 → 32

3111111 → 311111 → 31111 → 3111 → 311 → 31

5. Damit haben den ganzen Interpretatenbezug (3.1, 3.2, 3.3) und einen Teil des Objektbezugs (2.1, 2.2) sowohl das Qualizeichen des Mittelbezugs (1.1) hergestellt. Wie man sieht, entstehen also die übrigen Zeichenkategorien, indem man den umgekehrten Weg bei den Objektkategorien zurücklegt und sie nicht nach unten, sondern sozusagen nach oben, z.B. nicht zur tieferen, sondern zur höheren Kategorie hin partitioniert. Somit erhalten wir noch

222 → 231 → 23

Damit ist der Objektbezug vollständig.

Das Sinzeichen folgt natürlich:

111 → 12.

Einzig das Legizeichen lässt sich nicht durch dasselbe Ableitungs- und Verkürzungsschema darstellen, und zwar deswegen weil es als einziges Subzeichen eine höhere Relationszahl besitzt als seiner Trichotomie eigentlich zukommt. So war ja für M (111) = 3 reserviert; (1.3) hat aber 4, während (2.1), (2.2), (2.3) 3, 4 und 5 (und somit alle < 6 = (222)) und ebenfalls (3.1), (3.2), (3.3) 4, 5, 6 (und somit alle < 9 = (333)) haben.

Daraus folgt also zwingend, dass (1.3) von seiner Relationszahl her dem Objektbezug angehört und also von ihm aus abgeleitet werden muss. Wir bekommen:

Part.: 222 → 123 → 1113

Red.: 1113 → 113 → 13.

Damit haben wir durch Partitionierung und stufenweise Reduktion die Objektklassen auf die Zeichenklassen abgebildet (und zwar sowohl auf die 10 wie auf 27 möglichen, da die letzteren natürlich keine zusätzlichen Subzeichen besitzen als die 10 „regulären“).

Wir können also die Grundregeln der Metobjektivation nun wie folgt angeben:

1. Interpretanten-Metaobjektivation:

$333 \rightarrow \boxed{33}$

$3222 \rightarrow 322 \rightarrow \boxed{32}$

$32211 \rightarrow 3221 \rightarrow 322 \rightarrow \boxed{32}$

$321111 \rightarrow 32111 \rightarrow 3211 \rightarrow 321 \rightarrow \boxed{32}$

$3111111 \rightarrow 311111 \rightarrow 31111 \rightarrow 3111 \rightarrow 311 \rightarrow \boxed{31}$

2. Objekt-Metaobjektivation:

$222 \rightarrow \boxed{22}$

$2211 \rightarrow 221 \rightarrow \boxed{22}$

$21111 \rightarrow 2111 \rightarrow 211 \rightarrow \boxed{21}$

$222 \rightarrow 231 \rightarrow \boxed{23}$

3. Mittel-Metaobjektivation:

$111 \rightarrow 11$

$111 \rightarrow \boxed{12}$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Die 2 Basis-Arten von Objekten

1. Wie in Toth (2010) gezeigt, gibt es genau 36 Objektklassen über

OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$),

die sich durch Partitition und Reduktion gewinnen lassen und die den 10 Peirceschen Zeichenklassen gegenüberstehen über

ZR = (M, O, I),

die sich durch Einschachtelung relationaler Mengen und gebrochene Kategorien konstruieren lassen. Wie in OR definiert, sind sowohl der Zeichenträger $\mathcal{M}$, das reale Objekt Ω , als auch der Interpret $\mathcal{I}$ je eine 3-stellige Relation, so dass OR also nicht wie ZR eine gestufte Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation darstellt, sondern eine lineare triadische Relation über drei triadischen Relationen.

2. Dies gilt nun zwar für jedes Objekt, aber erst, wenn es als Element seiner Objektklasse erkannt ist. Bevor es in eine der 36 möglichen Klassen eintreten kann, muss seine relationale Struktur so beschaffen sein, dass die Valenz seines Zeichenträgers n > 1 aufweist, um eine Bindung in seiner Objektklasse eingehen zu können. Hat ein Objekt dagegen eine vollständige Qualität (111), so ist es sozusagen isoliertes Objekt.

Auf dieser Feststellung kann man nun die 36 möglichen Objektklassen in zwei Subklassen zu je 18 einteilen, wobei die linke Gruppe mit Okl 1 beginnt, deren $\mathcal{M}$ = 111 ist und die rechte Gruppe mit Okl 19, deren $\mathcal{M}$ = 12 beträgt, also eine bindungsfähige Zweitheit enthält. Wie man erkennt, sich sämtlich von diesen 2 Basistypen ausgehenden Partitionen bis auf den Zeichenträger der Objekte isomorph.

Okl 1 = (13, 23, 33)	Okl 19 = (1121, 23, 33)
Okl 2 = (13, 23, 3123)	Okl 20 = (1121, 23, 3123)
Okl 3 = (13, 23, 322111)	Okl 21 = (1121, 23, 322111)
Okl 4 = (13, 23, 312212)	Okl 22 = (1121, 23, 312212)
Okl 5 = (13, 23, 3213)	Okl 23 = (1121, 23, 3213)
Okl 6 = (13, 23, 3116)	Okl 24 = (1121, 23, 36)
Okl 7 = (13, 2212, 33)	Okl 25 = (1121, 2212, 33)

Okl 8 = (13, 2212, 3123)
Okl 9 = (13, 2212, 322111)
Okl 10 = (13, 2212, 312212)
Okl 11 = (13, 2212, 3213)
Okl 12 = (13, 2212, 3116)
Okl 13 = (13, 2114, 33)
Okl 14 = (13, 2114, 3123)
Okl 15 = (13, 2114, 322111)
Okl 16 = (13, 2114, 332212)
Okl 17 = (13, 2114, 3213)
Okl 18 = (13, 2114, 3116)

Okl 26 = (1121, 2212, 3123)
Okl 27 = (1121, 2212, 322111)
Okl 28 = (1121, 2212, 312212)
Okl 29 = (1121, 2212, 3213)
Okl 30 = (1121, 2212, 3116)
Okl 31 = (1121, 24, 33)
Okl 32 = (1121, 24, 3123)
Okl 33 = (1121, 24, 322111)
Okl 34 = (1121, 24, 312212)
Okl 35 = (1121, 24, 3213)
Okl 36 = (1121, 24, 3116)

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer semiotischen Objekttheorie I, II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2010a, b)

Die Sprache der Objekte

1. Zeichenrelationen können zwar durch zahlreiche Operationen miteinander verknüpft werden (vgl. Toth 2008), allerdings trifft das für konkrete Zeichen nur bedingt zu. Wenn ich z.B. einen Silberring und einen Goldring addiere, dann ist das Resultat zwar unzweifelhaft 2 Ringe, aber diese rein quantiative Verknüfung sieht ab 1. vom Unterschied zwischen der silbernen Qualität des einen und der goldenen des anderen. Ferner seiht sie ab davon, dass es sich bei den Ringen um Freundschafts-, Verlobungs-, Ehe- , Witwe(r/n)- oder einfach Freundschaftsringe handeln,kann. Wie man bereits an diesem simplen Beispiel ersieht, sind in der Addition zweier Ringe nicht weniger als vier grundverschiedene Operationen involviert:

1.1. Objektaddition: 1 Ring + 1 Ring = 2 Ringe (rein quantitativ)

1.2. Objektaddition: 1 Goldring + 1 Silberring = ? (quali-quanti/quanti-qual.)

1.3. Konkrete Zeichenaddition: 1 Ehering + 1 Verlonugnsring = ?

1.4. Abstrakte Zeichenaddition: (3.2 2.2 1.2) + (3.2 2.2 1.2) = (3.2 2.2 1.2).

Zeichenaddition ist im Gegensatz zu Objektaddition natürlich immer schon quantitativ und qualitativ zugleich, und zwar quantitativ wegen ihres Mittelbezugs und qualitativ wegen ihres Objekt- und Interpretantenbezugs. Deshalb muss bei Zeichen also immer unterschieden werden, ob von der abstrakten triadischen Zeichenrelation (A)ZR = (M, O, I) oder von der konkreten tetradischen Zeichenrelation KZR = ($\mathcal{M}$, M, O, I) die Rede ist.

2. Neben diesen 4 Möglichkeiten gibt es noch eine 5. Möglichkeit: Die Addition von Objekten in Objektklassen. Wie in Toth (2010a) gezeigt, kann jedes Objekt einer von genau 36 Objektklassen zugeordnet werden, z.B.

Okl 16 = (111, 21111, 32211) = (13, 2114, 312212)

Okl 17 = (111, 21111, 33111) = (13, 2114, 3213)

Will man nun zwei Objekte addieren, die zu den Objektklassen 16 und 17 gehören, so kann man dies einfach dadurch tun, dass man die Valenzen addiert:

Okl 16 + Okl17 = (16, 2218, 33221215).

Zur Versicherung: Ein nicht-semiotisches Beispiel einer 3-stelligen Relation ist: „x liegt zwischen y und z", z.B. liegt Zürich zwischen St. Gallen und Basel oder Bern zwischen Basel und Genf. Somit liegt zwischen Zürich und Bern sowie St. Gallen, Basel und Genf eine 6-stellige Relation vor.

3. Auf die schon oft von mir behandelten semiotischen Objekte kann hier nur am Rande verwiesen werden, d.h. auf die Zeichenobjekte und Objektzeichen. Auch hier müssen

natürlich die 4 Basis-Fälle der Operationen unterschieden werden. Allerdings ergibt unter den Zeichenobjekten die Addition zweier Markenprodukt eine Marke und zwei Produkte oder ein Produkt, das zweimal vorliegt, während bei den dualen Objektzeichen die Addition zweier Wegweiser zwei Objekte und zwei Zeichen ergibt, ausser, man akzeptiere den völlig unsinnigen Grenzfall, dass an derselben Stelle zwei Wegweiser in dieselbe Richtung weisen. Hier gilt also im einzelnen:

1 OZ + 1 OZ = 1 Zeichen + 2 Objekte

1 ZO + 1 ZO = 2 Zeichen + 2 Objekte

Dagegen kann man ZO und OZ scheinbar nicht addieren, denn was ergibt eine Bärenmarke plus eine Prothese? Eine Vogelscheuche plus eine Briefmarke?

4. Das grundlegende Probleme der „Addition von Äpfeln und Birnen“ (vgl. Toth 2010b) bleibt allerdings die Nicht-Addierbarkeit qualitativer Anteile von Objekten und Zeichen, denn auch bei Objekten in Objektklassen werden ja nur Relationen, im Grunde also rein quantitative Grössen addiert. Der seit 1986 bestehende, auf den Werke Gotthard Günthers beruhende Lösungsvorschlag ist die Mathematik der Qualitäten Engelbert Kronthalers (Kronthaler 1986). Allerdings sind Qualitäten in einem polykontexturalen Framework nur dann addierbar, wenn man unter die logischen Gesetze des Denkens geht, in Sonderheit also den Identitätssatz aufhebt. Damit sind aber Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar, ganz abgesehen von Gebilden wie Zeichenobjekten und Objektzeichen. Nach Günther eigenen Worten in seiner philosophischen Autobiographie (Günther 1975) kann man in einer Theorie, die aus Kenogrammatik und Stellenwertlogik aufgebaut ist, sogar ein Krokodil und das Zahnweh seiner Mutter addieren. Dazu ist allerdings zu sagen, dass es auf der Ebene der Kenogramme weder das eine noch das andere, weder Äpfel noch Birnen (neither apples nor oranges) gibt.

5. Es gibt nur einen einzigen anderen, allerdings bisher von der Fachwelt fast gar nicht zur Kenntnis genommenen Lösungsversuch, Qualitäten zu addieren, ohne die durch die gekenzeichneten Objekte zuvor dadurch zu vernichten, dass sie in die Meontik, also den Nichtsbereich, zurückgeführt werden, und dieser Vorschlag war in Toth (2008a) vorgestellt worden und geht davon aus, dass jeder der drei Kategorien der Peirceschen Zeichenrelationen als semiotisch-immanenter Kategorie eine ontologisch-transzendente Kategorie korrespondiert. So entspricht dem relationalen Mittelbezug der materiale Zeichenträger, dem internen semiotischen Objektbezug das externe aktuale Objekt, und dem Interpretanten im Sinne eines menschlichen oder technischen Bewusstseins der aktuale, real existente Interpret. Es ist nun möglich,eine nicht-

transszendente Zeichenrelation dadurch zu konstruieren, dass man mit jeder semiotischen Kategorie auch ihre ontologische Kategorie einbettet. Damit sind innerhalb der nicht-transzendenten Relation auch die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt aufgehoben:

PZR = $(M, O, I, \mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

Wenn man nun analog zu den Repräsentationswerten bei den semiotischen Kategorien Präsentationswerte für die ontologischen Kategorien einführt (Toth 2008b), dann hat man eine Möglichkeit einer gleichermassen quantitativen wie qualitativen Massbestimmung gefunden, gesetzt, es gelingt, auch das Verhältnis von Repräsentationswerten und Präsentationswerten als Funktionsverhältnis zu fassen.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig (ed., Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 1. Hamburg 1975, S. 1-75

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qaualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlgung einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Grundlegung einer semiotischen Objekttheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2010a)

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. Berlin 2010 (2010b)

Zeichendefinitionen mit surrealen Zahlen

1. Man überlege sich folgendes: Die übliche Definition des Peirceschen Zeichens (vgl. Bense 1979, S. 53, 67)

ZR = (M, (M → O), (M → O → I)

kann man erstens in der Form

Z = 3R(1M, 2O, 3I)

ausdrücken. Dabei herrscht Isomorphie zwischen (M, O, I) und (1, 2, 3), d.h. es wird davon ausgegangen, dass die drei Peanozahlen in einer Nachfolgerrelation stehen, so dass M, O und I also zugleich für Kardinalzahlen, Relationen und Mengen stehen. Nun sind aber im Grunde die Qualitäten von 1, 2, 3 belanglos, was zählt, ist die Wertigkeit oder Valenz, d.h. die Qualitäten der Relationen. Anders gesagt, wir könnten genauso gut z.B.

Z = 3R(13, 26, 39) ~ 3R(13, 26, 39) ~3R(125, 239, 37) ~ ...

schreiben.

2. Die sog. surrealen oder Conway-Zahlen wurden 1974 von John Horton Conway entdeckt bzw. erfunden. Sie bieten, grob gesagt, eine Möglichkeit, die Umgebung reeller Zahlen in einem viel dichteren Kontinuum zu untersuchen als dies mit Hilfe der Peano-Nachfolger-Beziehung möglich ist. (Dies erinnert also in gewisser Hinsicht an die transzendenten Zahlen.). Dabei werden surreal Zahlen zirkulär definiert:

Definition: Eine surreal Zahl ist ein Paar von Mengen vorgängig konstruierter surrealer Zahlen. Die Mengen heissen „linke” und “rechte” Menge. Keine Zahl der rechten Mengen soll kleiner oder gleich einem Element der linke Menge sein.

2.1. Die erste surreal Zahl ist {Ø | Ø}. Dies wird kurz als {|} geschrieben. Es gilt also 0 ≡ {|}. Möchte man die ersten drei ganzen surrealen Zahlen ungleich 0 entsprechend den reellen Zahlen einführen, so kann man das wie folgt tun:

1 ≡ {0|}

2 ≡ {1|}

3 ≡ {2|}

Neben diesen von den reellen Zahlen her kopierten Definitionen bieten aber die surrealen Zahlen noch eine sehr grosse Menge weiterer, z.B.

1 ≡ {0|2}, {0|3}, ..., {0|ω}

2 ≡ {0|3}, {1|4}, ..., {1|ω},

3 ≡ {0|4}, {1|5}, ..., {2|ω},

wobei diese Mengen, wie oben im Falle der Peano-Zahlen, natürlich für die entsprechenden Relationen stehen. Die Überlegung dabei ist, dass z.B. bei

$a \subset b \subset c \subset d \subset e$

natürlich wegen Transitivität auch $a \subset c$, $c \subset e$, $b \subset e$ usw. gilt, so dass die topologischen Umgebung der Zahlen bestehen bleibt, auch wenn einige Glieder der „Kette“ herausgenommen werden. Im Falle der surrealen Zahl 3 gilt also z.B.

$3 \equiv 3\{0|4\}, 3\{1|5\}, ..., 3\{2|\omega\}, ...,$

auch wenn es schwer vorstellbar ist, dass eine Relation zwischen 2 und der ersten transfiniten Ordinalzahl triadisch ist.

Gerade hierin liegt aber das gewaltige semiotische Potential der surrealen Zahlen, denn geht man von 3-adischen Relationen weiter hinauf zu 4-adischen, 5.-adischen, 6-adischen usw..

Wie schnell sich die relationalen Strukturen verändern und erweitern, erkennt man schon für n = 4, 5, 6, die ich in meinem Buch „Zwischen den Kontexturen“ (Klagenfurt 2007) untersucht hatte:

Für die tetradische Semiotik können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^m Y^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^m Y^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäß der größten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich:

15 3.0 2.1 1.2 0.3	×	$\underline{3.0}$	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
		$\underline{3.0}$	$\underline{2.1}$	1.2	0.3	$3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
		$\underline{3.0}$	2.1	1.2	0.3	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$
		3.0	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	$\underline{0.3}$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$
		3.0	2.1	$\underline{1.2}$	$\underline{0.3}$	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$
		3.0	2.1	1.2	$\underline{0.3}$	$3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
		$\underline{3.0}$	2.1	1.2	$\underline{0.3}$	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
		3.0	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
		3.0	$\underline{2.1}$	1.2	0.3	$3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
		3.0	2.1	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$

Für die pentadische Semiotik können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäß nun tetradische Thematisationstypen auf.

2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.

3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.

4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, daß die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

Für die hexadische Semiotik können wir schließlich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäß treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.

2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.

3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt

X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.

6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur daß hier noch mehr Verwirrung herrscht.

Grundsätzlich ist zu kritisieren, dass höhere als n=3-adische Strukturen in der Semiotik nie systematisch untersucht wurden wegen der faslifizierbaren Behauptung Peirces, dass alle n > 3-adischen Strukturen auf n = 3-adische zurückführbar seien. Die relationalen Strukturen der höherwertigen Semiotiken beweisen das Gegenteil. Bechränkt man sich ferner auf rein syntaktische Zusammenhänge, kann man ferner das Theorem von Schröder anwenden, und alle 3-adischen Relationen lassen sich dann auf 2-adische zurückführen (hierauf hat auch R. Kaehr kürzlich hingewiesen). Die letzte Konsequenz aus der Einführung der surrealen Zahlen in die Semiotik besteht demnach gerade darin, diese bisher ganz ungeahnten relationalen Strukturen freizulegen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Conway, John H., Numbers and Games. 2. Aufl. 1981
Toth, Alfred, Kann man die Peircezahlen mit Hilfe der surrealen Zahlen begründen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010
Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Die vollständige semiotische Spurenmatrix

1. Während eine Kategorie aus einem Paar von Objekten sowie einer Abbildung zwischen ihnen besteht

Kat = ((a, b), →),

besteht eine Spur aus einem Objekt sowie einer Abbildung

Spur = (a, →).

Jede Kategorie ist daher eine Spur, während das Umgekehrte nicht gilt. Eine Spur ist allgemeiner und abstrakter als eine Kategorie. So wie man die Mathematik auf dem Begriff der Kategorie aufbauen kann, könnte man sie also auf dem Begriff der Spur aufbauen.

2. Eine Spur kann in genau 4 Varianten auftreten:

1. a→ 3. →a
2. a← 4. ←a,

d.h. es gibt also voraus- und rückwärtsweisende Spuren. Die Konverse einer Spur definiert sich als

$(a\rightarrow)^{\circ} = (a\leftarrow)$.

Das Duale einer Spur ist definiert durch

$\times(a\rightarrow) = (\leftarrow a)$,

d.h. die Spur und ihr Duales sind also symmetrisch. Um die Transformation

$(a\rightarrow) \rightarrow (\rightarrow a)$

bedarf es also einer weiteren Operation, wir nennen sie Spiegelung (σ). Somit können durch Konversion, Dualisation und Spiegelung also alle 4 Grundtypen von Spuren dargestellt bzw. ineinander überführt werden.

3. Wir konstruieren nun die vollständige semiotische Spurenmatrix. Wie die vollständige kategoriale Matrix, die sie als Untermatrix enthält (Toth 2010), ist sie identitätsfrei, und zwar trotz der Konversen und Dualia sowie weiterer Symmetrien. Wir können demnach a→ und →a als morphismische Spuren (Spur + morphismische Konverse) und a← sowie ←a als heteromorphe Spuren (heteromorphe Spur + heteromorphe Konverse) bezeichnen:

	→a	←a	a→	a←	→b	←b	b→	b←
→a	→a→a	→a←a	→aa→	→aa←	→a→b	→a←b	→ab→	→ab←
←a	←a→a	←a←a	←aa→	←aa←	←a→b	←a←b	←ab→	←ab←
a→	a→→a	a→←a	a→a→	a→a←	a→→b	a→←b	a→b→	a→b←
a←	a←→a	a←←a	a←a→	a←a←	a←→b	a←←b	a←b→	a←b←
→b	→b→a	→b←a	→ba→	→ba←	→b→b	→b←b	→bb→	→bb←
←b	←b→a	←b←a	←ba→	←ba←	←b→b	←b←b	←bb→	←bb←
b→	b→→a	b→←a	b→a→	b→a←	b→→b	b→←b	b→b→	b→b←
b←	b←→a	b←←a	b←a→	b←a←	b←→b	b←←b	b←b→	b←b←

Diese Matrix ist also das Fundament des noch zu konstruierenden spurentheoretischen semiotischen Universums.

An n-Spuren sind innerhalb der Semiotik zunächst die Bi-Spuren zu behandeln, welche die morphismischen Übergänge zwischen den 64 Paaren von Morphismen festlegen. An Multi-Spuren wird man solche bezeichnen, bei denen mehr als 1 Paar von Morphismen im Input der als Automat aufgefassten semiotischen n-Spur vorhanden ist.

Spuren werden entsprechenden den Kategorien komponiert, z.B.

(b←←a) ○ (b←b→) = b←b←←a,

wobei hier vorausgesetzt wurde, dass ← eine höhere „Valenz" besitzt als→, denn dann lautete das obige Kompositum (b←←a) ○ (b←b→) = b←b←a.

Bibliograhie

Toth, Alfred Die kategoriale Matrix als Untermatrix der semiotischen Matrix: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

„In der Semiotik muss man nur auf 3 zählen können“ (Max Bense)

1. Das Titelzitat stammt aus Benses letzter wöchtentlicher Vorlesung im Winter-Semester 1989/90 an der Universität Stuttgart und beeindruckte die beiden damals anwesenden Mathematiker, Günther Sigle und den Verfasser dieser Zeilen, einigermassen.

2. Tatsächlich hatte Bense (1980) die Fundamentalkategorien als „Primzeichen“-Relation

PZR = (1, 2, 3)

einführt. Allerdings steht hier die 1 für 1R, die 2 für 2R und die 3 für 3R, so dass man also genauer schreiben sollte

PZR = 3R(1R, 2R, 3R),

zu lesen also: Die Primzeichen bilden eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation. Denn tatsächlich hatte Bense ja kurz zuvor das Verhältnis von (1R, 2R, 3R) als „verschachtelte“ Relation wie folgt definiert (Bense 1979, S. 53):

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$.

Relational geschrieben ist das also

$PZR = R(1R, ((1R \rightarrow 2R), (1R \rightarrow 2R \rightarrow 3R)))$,

wobei die grosse Frage auftaucht, welche Valenz das initiale R vor der Klammer hat. 6? Oder 14?

3. Direkt mit der Valenz der übergeordneten, umfassenden Relationen verschachtelter Relationen hängen nämlich verschiedene mögliche Zähl- bzw. Zahlensysteme zusammen. Wir können z.B. zeigen, dass Benses Primzeichen-Relation PZR = (1, 2, 3), worin er die Relationen mit den ersten zwei Primzahlen sowie der 1 identifizierte (und später das Ordnungsprinzip analog dem Peanoschen Nachfolgeprinzip konstruieren wollte [Bense 1975, S. 171 ff., 1983, S. 192 ff.]) falsch ist, denn in der Semiotik wird einfach nicht 1, 2, 3 gezählt – obwohl es gewissermassen richtig ist, zu sagen, in der Semiotik müsse man nur bis drei zählen können. Allerdings verlangt dieses Zählen bis zur 3 ein ganz anderes als normales Verständnis der mengentheoretischen Grundlagen der Semiotik.

Der Grund: Da

$1R \subset 2R \subset 3R$

gilt, gilt auch:

$M \subset \{M\}, O \subset \{O\}, I \subset \{I\}$

und damit

ZR ⊂ {ZR}

und wegen I = ZR

ZR = {ZR},

was zu Aczels Zirkelparadoxie führt (Aczel 1988, S. 6), falls wir nicht das Fundierungsaxiom ausschalten und sog. Mirimanoff-Folgen zu lassen, also das, was das berühmte Bild auf den „La vache qui rit"-Streichkäslein oder Mani Matters Lied „Bim Coiffeur" beinhaltet. Klassisch, d.h. mit Fundierungsaxiom, gilt nämlich

ZR ∪ {ZR} = Ø,

und wegen ZR = {ZR} kämen wir dann nämlich zu

ZR = Ø,

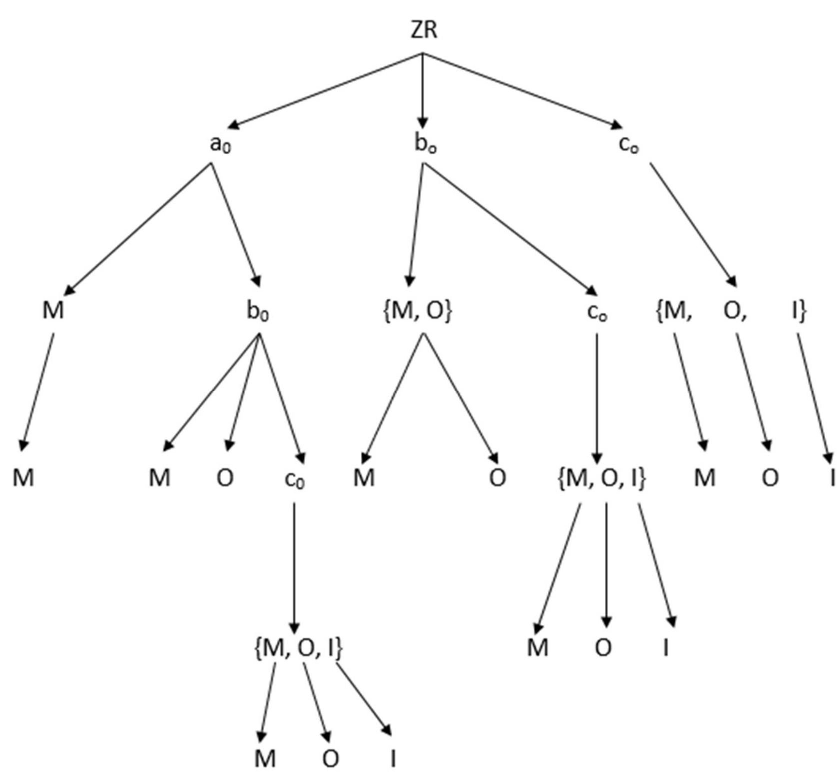
in Widerspruch zu PZR und ZR.

3. Während nämlich das Zählen bis 3 bei den Peano-Zahlen eine lineare Folge bildet:

1 → 2 → 3,

kann davon bei den verschachtelten Peirce-Zahlen, wie wir nun besser anstatt Primzeichen sagen, keine Rede sein:

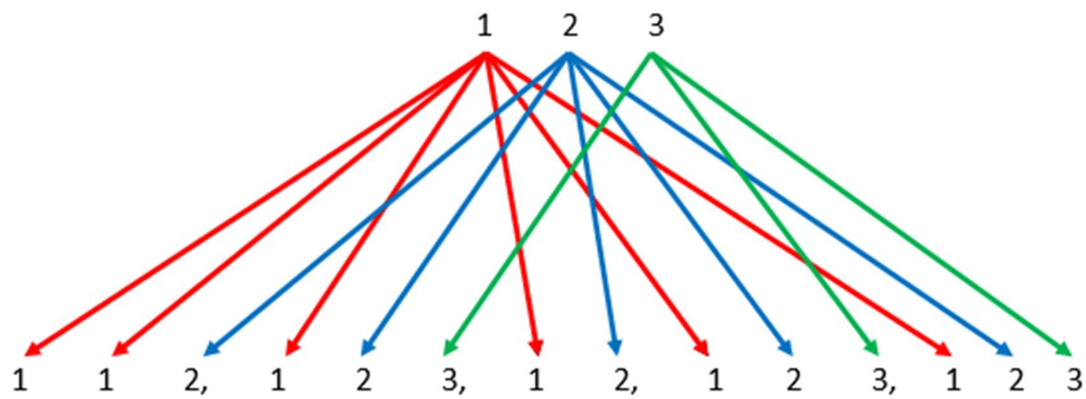
ZR = {a0, b0, c0}, a0 = {M, b0}, b0 = {{M, O}, c0}, c0 = {M, O, I}:



Und die Zahlenfolge der Peirce-Zahlen lautet demgemäss:

112, 123, 12, 123, 123

Es werden also 14 Ziffern benötigt, um in einem Zahlensystem auf 3 zu zählen, in dessen mengentheoretischer Basis das Fundierungsaxiom durch das Anti-Fundierungsaxiom ersesetzt ist. Die komplexe Beziehung zwischen den Peano- und den Peirce-Zahlen kann man z.B. wie folgt andeuten:



Bibliographie

Aczel, Peter, Non well founded sets. Cambridge 1988

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden –Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Die Struktur von AFA-Zeichenklassen

1. Dass man die von Peirce relational und ordinal (logisch und mathematisch) eingeführte Definition des Zeichens auch mengentheoretisch fassen kann, ist natürlich alles andere als neu. Allerdings ist das Zeichen nicht einfach eine Menge, bestehend aus M, O und I oder aus {M}, {O} und {I}, sondern das Verhältnis von Ober- und Untermengen muss natürlich dem Inklusionsprinzip der relational-ordinalen Definition folgen, wie sie Bense (1979, S. 53) bisher am klarsten gegeben hatte:

ZR = (M, ((M → O), (M → O → I))) ≦

ZR = {M, {{M, O}, {M, O, I}}}.

Wie man sieht, gibt es also in einer ZR drei mengentheoretische Einbettungsebenen:

1. {X{__.3

2. {X{ {__.2

3. {X{{{__.1,

und zwar für jede der drei trichotomischen Peirce-Zahlen eine, während die Position von X (X ∈ {1., 2., 3.}) jeweils für eine der drei triadischen Peirce-Zahlen reserviert ist.

2. Der Ausgangspunkt für diese, wie man sehen wird, sehr nützliche Unterscheidung liegt im Umstand, dass „gebrochene" Kategorien (die durch kartesische Multiplikation „ganzer" Kategorien entstehen), in jeglicher Beziehung fragwürdig sind. Während allerdings eine Teilmenge von ihnen

(1.1)

(2.1), (2.2)

(3.1), (3.2), (3.3),

also die Menge aller Subzeichen (a.b) mit b <= a, wenigstens valenztheoretisch korrekt gebildet sind (so kann z.B. in (3.1) die Drittheit eine Erstheit binden), sind die übrigen Subzeichen vollends unsinnig, denn z.B. wie sollte in (1.2) die Erstheit eine Zweitheit binden?

Man kann solche unsinnigen relationalen Bindungen allerdings dadurch „retten", dass man, wie wir es oben taten, verschiedene Einbettungsebenen für die gebundenen trichotomischen Peirce-Zahlen annimt:

(a.1) = {1, {{{1}}}}

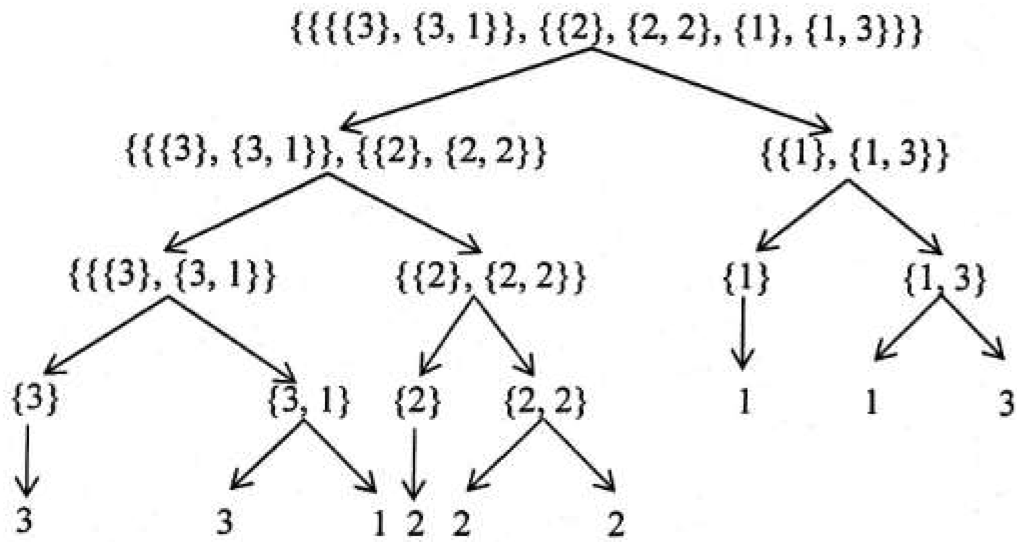
(a.2) = {1, {{2}}}

(a.3) = {1, {3}}

Genuine Subzeichen (identitive Morphismen) könnte man aber auch einfacher behandeln, vgl.

(1.1) = {1, 1}, (2.2) = {2, 2}, (3.3.) = {3, 3},
denn nach Aczels AFA (1988, S. 6) gilt
Ω = {Ω} = {Ω, Ω},
d.h. die im Zermelo-Fraenkelschen System (mit FA) paradoxe Menge, die sich selbt enthält, ist in einem AFA-System nicht nur existent, sondern sogar eindeutig bestimmt. Das bedeutet also
(1.1) = {1, 1} = {1},
und das ist ja gerade die genuine Erstheit (bzw. Zweitheit, Drittheit).

3. Wie bereits in Toth (2006, S. 19) gezeigt worden waren, wird eine Zeichenklasse wie z.B. (3.1 2.2 1.3) in einer mengentheoretischen Semiotik mit AFA anstatt FA wie folgt abgeleitet:



Damit ergeben sich als allgemeine zugrunde liegende Strukturen:
(1) für Zkln: (3.3.a 2.2.b 1.1.c)
(2) für Rthn: (c.11 b.2.2 a.3.3)
Berücksichtigen wir wieder die verschiedenen Einbettungsebenen, bekommen wir
(3) für die Triaden: {{a {3{2{1 b 1}2}3}
(4)für die Trichotomien: {{b {1{2{3 a 3}2}1}
Das Inklusionsgesetz der Linearität der Trichotomien lässt sich danach wie folgt formulieren:
ZR = {{3{3{2{1 a 1}2}3}, 2{3{2{1 b 1}2}3} 2{3{2{1 c 1}2}3}
mit {3{2{1 a 1}2}3} ≤ {3{2{1 b 1}2}3} ≤ {3{2{1 c 1}2}3} .

Bibliographie

Acel, Peter, Non well founded sets. Cambridge, 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl Klagenfurt 2008

Pathologische Dyaden

1. Die Menge der dyadischen Subzeichen der semiotischen 3×3 Matrix lässt sich in zwei Untermengen teilen;
1.1. in die Menge
(1.1)
(2.1), (2.2)
(3.1), (3.2), (3.3)
der valenztheoretisch korrekt gebildeten und in die Komplementärmenge
(1.2), (1.3)
(2.3)
der valenztheoretisch inkorrekt gebildeten „gebrochenen" Kategorien. (So kann z.B. in 2.1 eine Zweitheit eine Erstheit bilden, aber in der Konversen 1.2 kann eine Erstheit keine Zweitheit binden.)
2. Um dieses Problem zu lösen, wurden in Toth (2010) 3 Einbettungsgrade der trichotomischen Peirce-Zahlen eingeführt:
1. {X{__.3
2. {X{ {__.2
3. {X{{{__.1,
ausgehend von der Überlegung, dass in der von Bense definierten verschachtelten Zeichenrelation

$$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))) \cong \{M, \{\{M, O\}, \{M, O, I\}\}\}$$

die Erstheit auf einer Einbettungsebene (n-2), die Zweitheit auf einer Einbettungsebene (n-1) und die Erstheit sich auf der Einbettungsebene (n) befinden. Da hier eine Mengentheorie mit AFA (Anti-Foundation Axiom) vorliegt, kann man letzteres sehr bequem damit beweisen, dass in solchen Mengentheorie

$$\mathbf{\Omega = \{\Omega\} = \{\Omega, \Omega\}}$$

gilt. Es ist also in Sonderheit (a.a) = {a, a} = a, also die genuinen Subzeichen koinzidieren mit den entsprechenden Primzeichen (diese Tatsache wurde versteckt übrigens von Kaehr 2008 bei der Kontextuierung der Dyaden verwendet, indem „Primzeichen" dieselben Kontexturenzahlen bekommen wie die entsprechendne genuinen Subzeichen, d.h. identitiven Morphismen!).
3. Damit bekommen wir also „korrekt" gebildete gebrochene Kategorien, d.h. Dyaden der Form

(a.1) = {1, {{{1}}}}

(a.2) = {1, {{2}}}

(a.3) = {1, {3}},

abstrakt also das folgende Schema

(a.b) = {X, {3 {2 {1 Y 1} 2} 3} (X ∈ tdP = {1., 2., 3.}, Y ∈ ttP = {.1, .2, .3})

Somit können wir einige schöne, (vorerst?) nutzlose pathologische Dyaden dadurch konstruieren, dass wir die Koinzidenzen

3 ≡ {{{, 2 ≡ {{, 1 ≡ {

gegenseitig vertauschen:

Was für eine semiotische Bedeutung hätten pathologische Subzeichen wie

{3, {{1}}, {2, {{{3}}, {1{1}} ?

Immerhin scheint sich hier anzudeuten, dass „Spalten" bestehen zwischen den drei Fundamentalkategorien, dass diese somit nicht diskrete Punkte auf einem Zahlstrahl sind, sondern vielmehr in Intervallen zu liegen scheinen.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Pathologische Mengeninklusionen mit AFA. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Eine neue semiotische Matrix mit AFA

1. Ein bedeutendes Problem stellt in der Peirceschen Semiotik die Matrix mit ihren gebrochenen Kategorien dar. Es ist ohne Gleichen in der Geschichte der analytischen Philosophie, dass z.B. ein Gegenstand mit „zwei Teilen Wirklichkeit plus einem Teil Möglichkeit" kategorisiert wird – wie dies bei einem „Icon" oder Abbild der Fall ist. Zudem sind die Kategorisierungen durch gebrochene Kategorien in der Regel nicht einleuchtend: So wird etwa das „Symbol" durch „zwei Teile Wirklichkeit und einen Teil Notwendigkeit" charakterisiert. Aber würde man rein intuitiv nicht gerade beim Icon, z.B. einer Photographie, 2 Teile Wirklichkeit und 1 Teil Notwendigkeit oder sogar 2 Teile Notwendigkeit plus einen Teil Wirklichkeit erwarten? Die Widergabe von Wirklichkeit ist doch gerade der Sinn der Photographie, während das Symbol sich ja gerade völlig von der Wirklichkeit befreien möchte, wie man dies wohl am extremsten bei den Dadaisten beobachten kann. Auch das Verhältnis der zueinander konversen gebrochenen Kategorien ist nicht einleuchtend: Warum sollte die Konverse einer Quantität (1.2) gerade ein Icon (2.1), also ein Abbild sein, das doch viel eher qualitäts- anstatt quantitätsdeterminiert ist? Warum ist die Konverse eines Symbols (3.2) ein Rhema (3.2), d.h. ein logischer, entscheidbarer Satz und nicht ebenfalls ein Wort?
2. Ein weiteres, nicht weniger gravierendes Pronem sind die Valenzverhältnisse der gebrochenen Kaegorien. So kann zwar ein Icon (2.1) als primäre Zweitheit eine sekundäre Erstheit binden, aber das Umgekehrte (1.2) dürfte nicht der Fall sein, denn dass eine monadische Relation, wie z.B. „X ist krank", zwei Ausdrücke aufnimmt, ist ganz ausgeschlossen. Eine dyadische Prädikatsform wie „X schlägt Y" ist ferner nur dann gesättigt, wenn sowohl für X als auch für Y Ausdrücke eingesetzt werden – das wäre dann aber im dyadischen Fall nur bei (2.2), nicht beim untersättigten (2.1) und beim übersättigten (2.3) der Fall. Von den Valenzen her scheiden somit alle gebochenen Kategorien der Form (a.b) mit $a \neq b$ aus, denn sie sind im Falle von $b < a$ untersättigt und im Falle von $b > a$ übersättigt. Damti bleiben also vom valenztheoretischen Standpunkt aus nur noch die genuinen Relationen der Form (a.a) – und damit die ganzen, nicht-gebrochenen Kategorien übrig.
3. Ersetzt man jedoch die FA-Definition des Zeichens
ZR = (M, O, I)
durch die AFA-Definition (vgl. z.B. Toth 2010)
ZR* = {M, {M, O}, {M, O, I}},

dann kann man nun statt der nicht-selbstenthaltenen die selbstenthaltenen Mengen M, {M O} und {M, O, I} als Primzeichen setzen. Man beachte, dass dabei die Primzeichen 1-, 2- und 3-stellig bzw. monadfsch, dyadisch und triadisch bleiben, dass ihre Stelligkeit in dieser Schreibung aber lediglich explizit sichtbar wird:

	M	{M, O}	{M, O, I}
M	MM	M{M, O}	M{M, O, I}
{M, O}	{M, O}M	{M, O}{M, O}	{M, O} {M, O, I}
{M, O, I}	{M, O, I}M	{M, O, I}{M, O}	{M, O, I}{M, O, I}

Die Bildung von AFA-Zeichenklassen funktioniert dann wie folgt:
Zkl = {{M, O, I}.a, {M, O}.b, M.c}
mit a, b, c ∈ {M, {M, O}, {M, O, I} und a ≤ b ≤ c (denn hier gilt natürlich {M, O, I} ⊄ {M, O} ⊄ M).

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Peircesche Zeichenrelation und das Anti-Fundierungsaxiom. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Wie viele Dimensionen hat ein Zeichen?

1. Nach Morris (1988) hat ein Zeichen die drei Dimensionen Syntaktik (Syntax), Semantik, Pragmatik. Nach einer verwandten Konzeption von Walther (1979, S. 138 ff.) kann die Leistung von Zeichen hinbicklich ihrer Formation, Information und Kommunikation eingeteilt werden. Offenbar entspricht also die „Leistung“ eines Zeichens dessen „Dimension“ (vgl. Toth 1997, S. 23 ff.).

2. Damit stellt sich die Frage, ob ein solches, nennen wir es: dimensionales Zeichenmodell mit Hilfe der mathematischen Kategorietheorie erfassbar ist. Für eine Kategorie benötigt man ja neben Morphismen (Abbildungen) auch Objekte, auch wenn Henry Hiz sicher recht hatte, wenn er feststellte: „The ability of asserting a relation between two objects does not require the ability of recognizing in each object separately a property which makes them so related“ (1964, S. 98). Nun setzt aber das dimensionale Zeichenmodell ein folgendes mengentheoretisches Schema voraus:

ZR = {M, {M, O}, {{M, O, I}}.

In der Semiotik sind also Objekte sensu stricto nur die FREIEN Objekte, als solche taucht also nur M auf. O erscheint ja nur innerhalb der Bezeichnungs- (M → O) und Bedeutungsfunktion (O → I), I nur innerhalb der Bedeutungsfunktion. Das O ist ein internes semiotisches Objekt, es ist keinesfalls die Abbildung des externen, bezeichneten, d.h. ontologischen Objektes, denn dieser Prozess würde die gesamte Zeichenrelation voraussetzen und nicht bloss die Dyaden (M → O). Streng genommen bedeutet letzterer Ausdruck bloss die Relation einer Mittelrelation zu einer Objektrelation, ist also bereits eine Relation über Relationen, denn nach der Definition von ZR sind die drei Partialrelationen stufenartig ineinander verschachtelt, was die Zeichendefinition ja zirkulär macht (Bense 1979, S. 53). In Sonderheit werden also in ZR keine M´s irgendwelchen 0´s zugeordnet, denn diese O´s gibt es am Anfang der Semiosen eben noch gar nicht. Die Zuordnungen sind also vielmehr

(1) M → {M, O}

(2) {M, O} → {M, O, I}

(3) M → {M, O, I},

das sind aber bei (1) und (3) voreindeutig-mehrnachdeutige und bei (2) mehrvordeutige-mehrnachdeutige Abbildungen, d.h. man muss hier zu n- und Multi-Kategorien ausweichen (Bénabou 1967), was Bense (1981, S. 124 ff.) in seinen „Bemerkungen über semiotische und algebraische Kategorien“ eingeführt hat, hat rein gar nichts mit der von ihm selbst gegebenen verschachtelten Zeichendefinition (1979, S. 53, 67) zu tun.

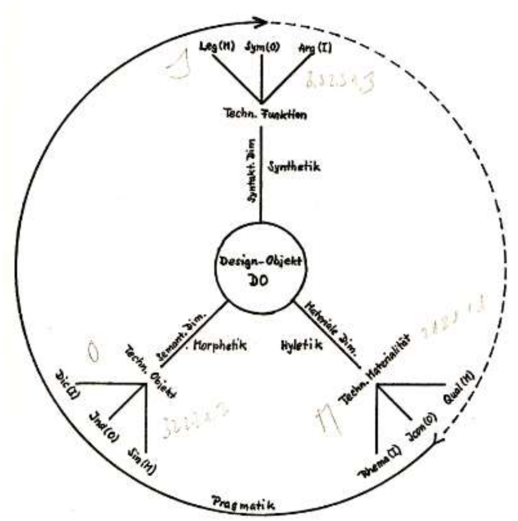
3. Identifizieren wir, wie dies gängiger semiotischer Praxis entspricht, die semiotische Dimension mit der Valenz eines Zeichenbezugs, dann kommen wir also darauf, dass das Zeichen nicht 3, sondern 4 Dimensionen besitzt:

1-dimensional: M

2-dimensional: {M → O}, {O → I}

3-dimensional: {M → O → I}

Diesem Modell scheint nun tatsächlich bereits ein frühes Modell Benses zu entsprechen, nämlich das „Schema der semiotischen Bestimmung des Designobjektes und seiner technischen Freiheitsgrade bzw. Dimensionen in Zeichenklassen“ (1971, S. 81):



Bense bemerkt hier allerdings, dass „die Pragmatik als eine Art resultierender Totaldimension der triadischen Dimensionalität des Designobjektes, d.h. als gerichteter Graph, die drei Baumgraphen der Zeichenklassen verbindet“ (1971, S. 82). Das bedeutet also, dass wir nun noch eine 5. Zeichendimension unterscheiden müssen (die zugehlrigen Abbikldungen sind kompositorisch in den obigen enthalten):

?-dimensional: (I → M)

Wie die ausgezeichnete Kreislinie in Benses Graphik zeigt, geht (I → M) selbstverstndlich über 3 Dimensionen, allerdings wird eine, wie die gestrichelte Kreislinie zeigt, quasi übersprungen. Die Gebrauchsfunktion (I → M) ist also eine triadische Funktion im dyadischen Kleid. Interpretieren wird aber das Bensesche Modell z.B. mit der Knotentheorie, dann geht die „Resultante“ (I → M) im nicht-planaren Graph durch 3 Dimensionen.

Wie man erkennt, hat jeder nicht-planare Graph des triadischen Zeichenmodells also 5 Dimensionen, wobei {M} die Menge der 1-stelligen Relationen und {M → O}m {O → I} die Menge der 2-stelligen Relatioben sind sowie {I → M}.
Nimmt man noch die Ebene der „disponiblen Relationen“ des „ontologischen Raumes“ dazu (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), so dass wir also von der Semiose („Metaobjektivation“, Bense 1967, S. 9)

Ω → ZR({M, {{M, O}, {M, O, I}}}

ausgehen, so ergeben sich mit Zuziehung der 0-relationalen kategorialen (externen, bezeichneten) Objekte O^0 total 6 Dimensionen.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories I. In: Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1.-77 (Reports of the Midwest Category Seminar)

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Hiz, Henry, The role of paraphrase in grammar. In: Monograph Series in Lnaguage and Linguistics 17, 1964, S. 97-104

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Morris, Charles W., Grundlagen der Zeichentheorie. Frankfurt am Main 1988

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Tübingen 1979

Pathologien der Semiotik

1. Eine Besonderheit der Peirceschen Kategorienlehre besteht bekanntlich darin, dass Peirce seine Kategorien mit den später von Bense so bezeichneten „Primzeichen" (bzw., wie ich vorziehe: Peirce-Zahlen) zu identifizierenn, was es ihm erlaubt, eine semiotische Matrix aus der kartesischen Multiplikation dieser kategorien herzustellen. So entspricht also z.B. (1.1) der „Möglichkeit der Möglichkeit", (1.2) der „Wirklichkeit der Möglichkeit", (2.1) der „Möglichkeit der Wirklichkeit", usw. Eine beliebige Zeichenklasse wie z.B. (3.1 2.1 1.3) enthält also z.B. 3 mal die Erstheit, 1mal die Zweitheit und 2mal die Erstheit, d.h. ausgehend von der maximalen (argumentischen) Zeichenklasse (3.3 2.3 1.3) mit Repräsentationswert 3+3+2+3+1+3 = 15 entfallen 2/15 für M, 1/15 für O und 3/15 = 1/5 für I. Geht man als Basis von jeder Zeichenklasse separat aus, entfallen bei Rpw(3.1 2.1 1.3) = 11: 2/11 für M, 1/11 für O und 3/11 für I. Was wir hier also vor uns haben, sind **gebrochene Kategorien**. Wenn wir uns bewusst sind, dass ein Kategorie ein (seins- oder bewusstseinsmässiges) Universale ist, so ist das nichts als barer Unsinn.

2. Dieser philosophische Unsinn wird dort zum mathematischen und logischen Unsinn, wenn die Zusammensetzungen dieser gebrochenen Kategorien, d.h. die kartesischen Produkte, relationentheoretisch untersucht werden. Wenn wir für M := 1R, O := 2R, I := 3R setzen, erhalten wir folgende **relationentheoretische Matrix**:

	1R	2R	3R
1R	1R1R	1R2R	1R3R
2R	2R1R	2R2R	2R3R
3R	3R1R	3R2R	3R3R

Wohl kann eine 3-stellige Relation eine 1-stellige binden (3R1R); aber das Umgekehrte (1R3R) ist unmöglich. Ferner haben wir hier gesättigte neben unter- und übersättigten Relationen. Sind letztere einfach unmöglich, müsste man bei Fällen wie (3R1R) valenztheoretisch noch ein 2R binden können, dass wir also drei mögliche dyadische Subzeichen in einer 3. semiotischen Dimension bekommen (2R 3R1R), (3R2R 1R) oder (3R1R2R) = (2.3.1), (3.2.1) oder (3.1.2), wobei nicht einmal klar wäre, welche Zahlen hier Triade, Trichotomie oder Dimensionszahl sind. Niemand würde in der logischen Linguistik Ausdrücke wie „Zürich liegt zwischen St. Gallen" oder „Maria liebt Adam einen Brief“ als grammatisch akzeptieren. Genauso aber verhalten sich die relationalen gebrochenen Peirceschen Kategorien, da sie jeder Valenz spotten.

3. Nun ist es so, dass bereits Bense (1971) Permutationen der semiotischen „Normalform“

ZR = (M, O, I)

akzeptiert hat. So ist (O, M, I) das Schema der Kommunikation, (I, M, O) dasjenige der Peirceschen Kreativität. Dass (I, M, O) einfach das Schema der dualen Realitätsthematiken ist, ist klar. Zusammen mit den beiden übrigen möglichen Grundformen (O, I, M) und (M, I, O) ist also die ganze Menge $\wp$(M, O, I) semiotisch definiert. Damit kommen aber zu den bereits aufgezählten kategorialen und relationalen Pathologien als nächstes die **mengentheoretischen** Pathologien, da wir nun entsprechend der Grunddefinition des Zeichens (Bense 1979, S. 53)

1. ZR = (M, ((M $\subset$ O), (O $\subset$ I)))

auch noch haben

2. ZR = (M, ((M $\subset$ I), (I $\subset$ O)))
3. ZR = (O, ((O $\subset$ M), (M $\subset$ I)))
4. ZR = (O, ((O $\subset$ I), (I $\subset$ M)))
5. ZR = (I, ((I $\subset$ M), (M $\subset$ O)))
6. ZR = (I, ((O $\subset$ O), (O $\subset$ M))),

d.h. insbesondere alle Fälle, wo Obermengen kleiner als Untermengen und Untermengen grösser als Obermengen sind.

4. Eine vierte, **kontexturelle**, Pathologie ist nicht sehr leicht aufzufinden. Gehen wir aus von der numerischen semiotischen Matrix in ihrer 3-kontexturalen Form (Kaehr 2009, S. 9):

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \mathrm{MM}^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{1.2}_{1} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{1} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{pmatrix}$$

Mit Bense (1986, S. 14 ff.) sprechen wir von M, O und I als Universen. Wie man sieht, gilt für triadische Universen ($\underline{U}$1. $\subset$ $\underline{U}$2. $\subset$ $\underline{U}$3.), während für trichotomische Universen (wegen 3.a 2.b 1.c mit a $\leq$ b $\leq$ c) gilt ($\underline{U}$.1 $\subseteq$ $\underline{U}$.2 $\subseteq$ $\underline{U}$.3). Als nächstes zeigen wir die Verteilungen der komntexturellen Vermittlungen:

1. Im Teilbereich von ($\underline{U}1. \subset \underline{U}2. \subset \underline{U}3.$) gilt:

$\underline{U}11 \cap \underline{U}21 \neq \emptyset$ $\underline{U}21 \cap \underline{U}22 \neq \emptyset$ $\underline{U}31 \cap \underline{U}32 = \emptyset$

$\underline{U}21 \cap \underline{U}31 = \emptyset$ $\underline{U}22 \cap \underline{U}23 \neq \emptyset$ $\underline{U}32 \cap \underline{U}33 \neq \emptyset$,

2. Im Teilbereich ($\underline{U}.1 \subseteq \underline{U}.2 \subseteq \underline{U}.3$) gilt:

$\underline{U}11 \cap \underline{U}12 \neq \emptyset$ $\underline{U}21 \cap \underline{U}22 \neq \emptyset$ $\underline{U}31 \cap \underline{U}32 = \emptyset$

$\underline{U}12 \cap \underline{U}13 = \emptyset$ $\underline{U}12 \cap \underline{U}23 \neq \emptyset$ $\underline{U}32 \cap \underline{U}33 \neq \emptyset$

Was für Schlüsse können hieraus gezogen werden? Erstens sind die Verhältnisse für die Tripeluniversen völlig unabhängig von den Peirce-Zahlen, denn sie sind strukturell identisch (dies selbst ist eine Art von schwacher Pathologie). Zweitens aber stehen wir vor der semiotisch erregenden Tatsache, dass sowohl im trichotomischen

$(1.2)1 \subset (1.3)3$

als auch im triadischen Fall

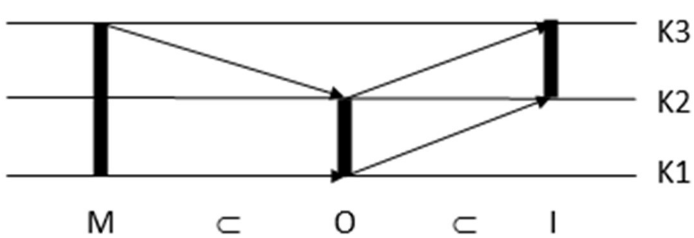
$(1.3)3 \subset (2.3)2$

zwei Teiluniversen, obwohl sie ineinander topologisch enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen können, und zwar obwohl hier keine Spur von semiotischer (via Subzeichen oder Semiosen) bzw. kontextureller Mediation vorliegt!

Wenn wir jedoch nochmals zur Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53) zurückgehen

ZR = (M1.3, ((M1.3 → O1.2), (O1.2 → I2.3))),

so erkennen wir, dass hier noch alles in Ordnung ist, denn alle Kategorien sind nicht nur durch Mengeninklusion, sondern auch durch kontexturellen Zusammenhang miteinander verbunden:



In Toth (2010) hatte ich diese kontexturelle Pathologie als semiotischen Satz formuliert:

Theorem: Semiotische Teilsysteme können, obwohl sie topologisch ineinander enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen.

Da die Verhältnisse in der obigen Tabelle dann pathologisch zu werden beginnen, wenn man die einfachen Kategorien durch die „gebrochenen" ersetzt, dürfte der Grund für die kontexturelle Pathologie ebenfalls in den gebrochenen Kategorien liegen.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max, Repräsenation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986
Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: Diamond Semiotic Short Studies, S. 251 ff. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2009)
Toth, Alfred, Der Zusammenhang von Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Kontexturen und semiotische Mediation

1. Vom Standpunkt der monoklontexturalen (Peirceschen) Semiotik ist die Zweitheit, die merwürdigerweise mit dem Objektbezug des Zeichens identifiziert wird, die eigentliche vermittelnde Kategorie in der Zeichenrelation

ZR = (M, O, I),

wogegen schon van den Boom (1981) mit Recht darauf hingewiesen hatte, dass das Peircesche „Medium“ das semiotische Objekt mit dem Interpretantenkonnex vermittle:

ZR* = (O, M, I).

Diese Relation existiert tatsächlich; nach Bense (1971, S. 39 ff.) ist es die Relation der semiotischen Kommunikation. Berücksichtigt man noch, dass die Semiose intendiert ist, d.h. mit dem Interpretanten beginnt, kommen wjr zu

**ZR = (I, M, O),

und auch diese Relation ist semiotisch definiert; nach Bense liegt hier das Ordnungsschema der semiotischen Kreativität vor.

Da auch die restlichen 4 Permutationen von $\wp$(M, O, I) definiert sind, d.h. (IOM) als Schema der Realitätsthematiken; (OIM) für natürliche Zeichen (Anzeichen), und (IOM) für Symptome, können also rein theoretisch alle drei Fundamentalkategorien vermitteln. Von der relationalen Valenz her gesehen scheinen jedoch die Ordnungsschemata (OMI) und (IMO) die natürlichsten zu sein, denn das 1-stellige M wird nach links vom 2-stelligen O und nach rechts vom 3-stelligen I gebunden (bzw. vice versa), es kann aber in initialer Stellung (MOI/MIO) keinesfalls höherstellige Valenzen selber binden.

2. Im numerischen Schema der semiotische Matrix, das auf den Definitionen

M := 1, O := 2, I := 3

beruht, vermittelt die 2 der “Peirce-Zahlen“ sowohl trichotomisch als auch triadisch zwischen 1 und 3:

$$\begin{array}{ccccc} 1.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \boxed{2.1} & \rightarrow & \boxed{2.2} & \rightarrow & \boxed{2.3} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3.1 & \rightarrow & 3.2 & \rightarrow & 3.2 \end{array}$$

Was nun die semiotischen Kontexturen dieser semiosischen Vermittlungen anbetrifft, so würde annehmen, sie seien selbst Mediationen, d.h. vermittelnde Kontexturenzahlen würden an vermitteklnde Subzeichen treten. In Wahrheit ist dies aber nicht der Fall; vgl. die folgende 3-kontexturelle Matrix aus Kaehr (2009):

$$Sem^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2 & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3 & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

Die Koinzidenz zwischen semiosischer und kontextureller Vermittlung (⊔) stimmt somit nur im Objektbezug, und zwar sowohl in der Trichotomie

$(2.1)1 \sqcup_{1.2} (2.3)2$

als auch in der Triade

$(1.2)1 \sqcup_{1.2} (3.2)2$

denn für die Subzeuichen der <u>gleichen</u> Matrix gilt:

$(a.b)^{\circ} = \times(a.b)$,

d.h. Konverse und Duale koinzidieren (das ist nicht mehr der Fall für verschiedene Matrizen, z.B. diejenige einer Zeichenklasse und einer Realitätsthematik).

3. Versuchen wir nun, semiosische und kontexrelle Mediation zu vereinigen, so erkennen wir bald, dass dies unmöglich ist (mit Fragezeichen versehen wir Subzeichen, deren Kontexturenzahlen als vermittelnde „widersprüclich“ werden):

3.1. Mediationen für Trichotomien:

$$\begin{array}{lll} 1.1_{1.3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1.2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2.3} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{lll} 1.2_{1} & 1.1_{1.3} & 1.3_{3} \\ 2.2_{??} & 2.1_{1.3} & 2.3_{??} \\ 3.2_{??} & 3.1_{3} & 3.3_{??} \end{array}$$

Z.B müsst wegen $(3.1)_3$ entweder K(3.2) = 3 oder K(3.3) = 3 sein, dies aber im Widerspruch zu $(3.1)_3 = (1.3)_3$.

3.2.Mediationen für Triaden:

$$\begin{array}{lll} 1.1_{1} & 2.1_{1.3} & 3.1_{3} \\ 1.2_{1.3} & 2.2_{1.3.2} & 3.2_{2} \\ 1.3_{3} & 2.3_{2} & 3.3_{??} \end{array} \qquad \begin{array}{lll} 2.1_{1} & 1.1_{1.3} & 3.1_{3} \\ 1.2_{1} & 2.2_{1.2} & 3.2_{2} \\ 1.3_{3} & 2.3_{2} & 3.3_{??} \end{array} \qquad \begin{array}{lll} 1.1_{1} & 2.1_{1.3} & 3.1_{3} \\ 1.2_{1.3} & 2.2_{1.2.3} & 3.2_{2} \\ 1.3_{3} & 2.3_{??} & 3.3_{1.2} \end{array}$$

Es geht sogar dann nicht, wann die Erstheit als Medium in die Mitte setzt (mittlere Matrix. Man erkennt sofort, dass in sämtlichen Fällen der Grund für das Scheitern darin liegt, dass K(a.b)ik ≠ K(b.a)ik

3.3. Dasselebe gilt für Mediationen in Trichotomischen Triaden (Zkln):

$3.1_3\ 2.1_{3.1}\ 1.1_1$

$3.1_3\ 2.1_{3.2}\ 1.2_2$

$3.1_3\ 2.1_3\ 1.3_3$

$3.1_3\ 2.2_{3.2}\ 1.2_2$ → Widerspruch

Wegen $K(2.1)_{3.2} \neq K(2.1)_3$, ist das System inkonsistent.

Triadische Trichotomien (Rthn) praemissis praemittendis.

Es gibt somit keine kontexturelle Vermittlung weder für Zkln noch für Rthn, jedenfalls dann, wenn man Zkln und Rthn als das nimmt, als was sie definiert wurden: als hinsichtlich ihrer je zwei konkatenierten Dyaden übersummative Konstrukte! Sie müssen aus den Subzeichen zusammengesetzt werden, so dass also streng genommen nicht die Zkln/Rthn, sondern nur deren dyadische Basen in Komtexturen liegen. Das spielt aber insofern keine Rolle, als in Toth (2010, Path.) gezeigt wurde, dass Teilmengen sogar in anderen Kontexturen liegen können als ihre Obermengen:

3.1 2.1. 1.3 = (I ⊃ M, O ⊃ M, M ⊂ I)

×(3.1 2.1 1.3) = (3.1 1.2 1.3) = (I ⊂ M, M ⊂ O, M ⊂ I), usw.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: Diamond Semiotic Short Studies, S. 251 ff. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2009)

Toth, Alfred, Pathologien der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Das merkwürdige Verhältnis von Semiotik und Logik

1. Die Diskussion darüber, ob die Semiotik (was Peirce beabsichtigte) die Logik begründe oder ob umgekehrt die Logik die Semiotik begründe (immerhin hatte Peirce eine trivalente Logik neben seiner triadischen Semiotik entwickelt), ist legendär. Meine in vielen Arbeiten veröffentlichten Ergebnisse haben gezeigt, dass die Logik klar „tiefer" liegt im Hilbertschen Sinne, denn sie kann, anders als die Semiotik, keine Qualitäten repräsentieren. Ferner liegt die Logik, wie die vielen Arbeiten zur Polykontexturalitätstheorie von Günther bis Kaehr gezeigt haben, viel näher bei der Keno- und Morphogrammatik als die Semiotik, denn die Proömialrelation ist direkt auf die Logik, nicht aber direkt auf die Semiotik anwendbar.

2. Im folgenden sei ein weiteres Argument dafür beigebracht, dass Logik und Semiotik im Grunde sogar sehr wenig miteinander zu tun haben. Da man sämtliche 16 dyadischen logischen Funktoren auf die Konjunktion plus Negation zurückführen kann, zeige ich anhand der Konjunktion zweier semiotischer Subzeichen und drei auf dem semiotischen Gruppenbegriff entwickelten semiotischen „Negationen" (Austauschrelationen), was herauskommt, wenn man logische Werte durch numerische Zeichen ersetzt. Dieses Vorgehen ist legitim, denn Kronthaler (1986) hatte behauptet, man komme zur Logik, wenn man die Kenostrukturen mit logischen Werten, zur Semiotik, wenn man sie mit Primzeichen, und zur Mathematik, wenn man sie mit natürlichen Zahlen besetze. Um das Ganze noch etwas interessanter zu gestalten, gehe ich aus von der in Toth (2011) eingeführten dyadisch-trivalenten Semiotik aus. Es gilt also

$ZR^* = ((a.b), (c.d))$ mit $a, ..., d \in \{1, 2, 3\}$.

3. Zunächst zeige ich, dass jede trivalente Semiotik (also auch die Peircesche, vgl. Toth 2006) drei abelsche Gruppen bildet.

3.1. Die semiotische Gruppe ($\{1, 2, 3\}, \circ 1$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ 1\ 1 = 2$; $1 \circ 1\ 2 = 2 \circ 1\ 1 = 3$; $1 \circ 1\ 3 = 3 \circ 1\ 1 = 1$; $2 \circ 1\ 2 = 1$; $2 \circ 1\ 3 = 3 \circ 1\ 2 = 2$; $3 \circ 1\ 3 = 3$.

2. Assoziativität: $1 \circ 1\ (2 \circ 1\ 3) = (1 \circ 1\ 2) \circ 1\ 3 = 2$; $2 \circ 1\ (3 \circ 1\ 2) = (2 \circ 1\ 3) \circ 1\ 2 = 1$, $3 \circ 1\ (3 \circ 1\ 1) = (3 \circ 1\ 3) \circ 1\ 1 = 1$, usw.

3. Einselement: $1 \circ 1\ 3 = 3 \circ 1\ 1 = 1$; $2 \circ 1\ 3 = 3 \circ 1\ 2 = 2$; $3 \circ 1\ 3 = 3$, d.h. $e = 3$.

4. Inverses Element: 1-1 = 2, denn $1 \circ 1\ 2 = 3$; 2-1 = 1, denn $2 \circ 1\ 1 = 3$; 3-1 = 3 = const.

Es ist also: $\sigma 1$: $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$.

3.2. Die semiotische Gruppe ({1, 2, 3}, ○2)

1. Abgeschlossenheit: 1 ○2 1 = 3; 1 ○2 2 = 2 ○2 1 = 1; 1 ○2 3 = 3 ○2 1 = 2; 2 ○2 2 = 2; 2 ○2 3 = 3 ○2 2 = 3; 3 ○2 3 = 1.
2. Assoziativität: 1 ○2 (2 ○2 3) = (1 ○2 2) ○2 3 = 2; 2 ○2 (3 ○2 2) = (2 ○2 3) ○2 2 = 3, 3 ○2 (3 ○2 1) = (3 ○2 3) ○2 1 = 3, usw.
3. Einselement: 1 ○2 2 = 2 ○2 1 = 1; 2 ○2 2 = 2; 3 ○2 2 = 2 ○2 3 = 3, d.h. e = 2.
4. Inverses Element: 1-1 = 3, denn 1 ○2 3 = 2; 2-1 = 2 = const., 3-1 = 1, denn 3 ○2 1 = 2.

Es ist also: σ2: 1 → 3, 3 → 1.

3.3. Die semiotische Gruppe ({1, 2, 3}, ○3)

1. Abgeschlossenheit: 1 ○3 1 = 1; 1 ○3 2 = 2 ○3 1 = 2; 1 ○3 3 = 3 ○3 1 = 3; 2 ○3 2 = 3; 2 ○3 3 = 3 ○3 2 = 1; 3 ○3 3 = 2.
2. Assoziativität: 1 ○3 (2 ○3 3) = (1 ○3 2) ○3 3 = 1; 2 ○3 (3 ○3 2) = (2 ○3 3) ○3 2 = 2, 3 ○3 (3 ○3 1) = (3 ○3 3) ○3 1 = 2, usw.
3. Einselement: 1 ○3 1 = 1; 2 ○3 1 = 1 ○3 2 = 2; 3 ○3 1 = 1 ○3 3 = 3, d.h. e = 1.
4. Inverses Element: 1-1 = 1 = const., 2-1 = 3, denn 2 ○3 3 = 1, 3-1 = 2, denn 3 ○3 2 = 1.

Es ist also: σ3: 2 → 3, 3 → 2.

4. Wir verwenden nun σ1, σ2 und σ3 als Negationen, d.h. semiotische Austauschrelationen. Als Beispiel stehe ZR* = ((1.3), (2.3)). Im folgenden behandeln wir also diese semiotischen „Werte“ wie logische und wenden die Reduktionsgesetze einiger logischer Funktoren auf die Konjunktion auf sie an.

4.1. Disjunktion

$p \vee q \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$

σ1: 1 → 2, 2 → 1

$(1.3) \vee (2.3) \equiv \neg(\neg(1.3) \wedge \neg(2.3)) = \neg((2.3) \wedge (1.3)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

σ2: 1 → 3, 3 → 1

$(1.3) \vee (2.3) \equiv \neg(\neg(1.3) \wedge \neg(2.3)) = \neg((3.1) \wedge (2.1)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

σ3: 2 → 3, 3 → 2

$(1.3) \vee (2.3) \equiv \neg(\neg(1.3) \wedge \neg(2.3)) = \neg((1.2) \wedge (3.2)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

4.2. Implikation

$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q = \neg(p \wedge \neg q)$

$(1.3) \rightarrow (2.3) \equiv \neg(1.3) \vee (2.3) = \neg((1.3) \wedge \neg(2.3))$

σ1: 1 → 2, 2 → 1

$(1.3) \rightarrow (2.3) \equiv \neg(1.3) \vee (2.3) = \neg((1.3) \wedge \neg(2.3)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

$\sigma 2$: $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$

$(1.3) \rightarrow (2.3) \equiv \neg(1.3) \vee (2.3) = \neg((1.3) \wedge \neg(2.3)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

$\sigma 3$: $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 2$

$(1.3) \rightarrow (2.3) \equiv \neg(1.3) \vee (2.3) = \neg((1.3) \wedge \neg(2.3)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

4.3. Replikation

$p \leftarrow q \equiv p \vee \neg q = \neg(\neg p \wedge q)$

$\sigma 1$: $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$

$(1.3) \leftarrow (2.3) \equiv (1.3) \vee \neg(2.3) = \neg(\neg(1.3) \wedge (2.3)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

$\sigma 2$: $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$

$(1.3) \leftarrow (2.3) \equiv (1.3) \vee \neg(2.3) = \neg(\neg(1.3) \wedge (2.3)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

$\sigma 3$: $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 2$

$(1.3) \leftarrow (2.3) \equiv (1.3) \vee \neg(2.3) = \neg(\neg(1.3) \wedge (2.3)) = ((1.3) \wedge (2.3))$

4.4. Kontravalenz

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge (\neg q \vee (\neg p \wedge q)))$

$\sigma 1$: $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$

$(1.3) \leftrightarrow (2.3) \equiv ((1.3) \wedge (\neg(2.3) \vee (\neg(1.3) \wedge (2.3))) = ((1.3) \wedge (2.3))$

$\sigma 2$: $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$

$(1.3) \leftrightarrow (2.3) \equiv ((1.3) \wedge (\neg(2.3) \vee (\neg(1.3) \wedge (2.3))) = ((1.3) \wedge (2.3))$

$\sigma 3$: $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 2$

$(1.3) \leftrightarrow (2.3) \equiv ((1.3) \wedge (\neg(2.3) \vee (\neg(1.3) \wedge (2.3))) = ((1.3) \wedge (2.3))$

Bis hierher sieht es also so aus, als sei die Anwendung logischer Funktoren auf die Semiotik vollkommen sinnlos, denn, flapsig gesagt: es kommt überall dasselbe heraus. Bis hierher müssten wir also zum Schluss kommen, dass es keineswegs genügt, die Keno- und Morphogramme mit Prim-, Sub- oder vollständigen Zeichen zu belegen, um bereits eine Semiotik zu haben.

Schauen wir uns aber die Exklusion an:

4.5. Exklusion

$p \mid q \equiv \neg(p \wedge q)$

$\sigma 1$: $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$

$(1.3) \mid (2.3) \equiv \neg((1.3) \wedge (2.3)) = ((2.3) \wedge (1.3))$

$\sigma 2$: $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$

$(1.3) \mid (2.3) \equiv \neg((1.3) \wedge (2.3)) = ((3.1) \wedge (2.1))$

$\sigma 3$: $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 2$

$(1.3) \mid (2.3) \equiv \neg((1.3) \wedge (2.3)) = ((1.2) \wedge (3.2))$

Die strukturellen Veränderungen unseres Ausgangsbeispieles

$((1.3), (2.3)) \rightarrow \{((2.3), (1.3)), ((3.1), (2.1)), ((1.2), (3.2))\}$ zeigt, dass man die logischen Funktoren offenbar auf die bereits in Toth (2011) eingeführten 3 folgenden semiotischen Basisoperatoren zurückführen kann:

1. $\odot((a.b), (c.d)) = ((b.a), (d.c))$
2. $\oplus((a.b), (c.d)) = ((c.d), (a.b))$
3. $\otimes((a.b), (c.d)) = \odot\oplus((a.b), (c.d)) = \oplus\odot((a.b), (c.d)) = ((d.c), (b.a))$

$\odot$ konvertiert also nur die Monaden, lässt die Dyaden also stehen.

$\oplus$ konvertiert nur die Dyaden, lässt aber die Monaden stehen.

$\otimes$ ist ein aus beiden zusammengesetzter Operator, wobei die Reihenfolge der Anwendung von $\odot$ und $\oplus$ belanglos ist.

Die auf die Semiotik angewandten gruppentheoretischen Ausauschrelationen lassen sich damit auf die beiden semiotischen Operatoren $\odot$ (Monadenkonversion) und $\oplus$ (Dyadenkonversion) sowie auf ihre Kombination ($\otimes$) zurückführen, wobei der Grenzfall der Austauschrelationen in der identitiven Relation liegt, d.h. dass die Anwendung logischer Operatoren auf semiotische „Werte“ immer ein und dasselbe Ergebnis liefern – und zwar unabhängig vom Operator einerseits und auch unabhängig davon, welcher Austauschoperator („semiotische Negation“) benutzt wird. Keinesfalls bekommt man also durch simple Belegung von Kenogrammstrukturen mittels semiotischer Zeichenwerte eine Semiotik. Das Verhältnis von Kenogrammatik und Semiotik muss daher selbst vermittelt sein.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Einführung der dyadisch-trivalenten Semiotik. 10 Tle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Numerische und kategoriale Netzwerke der dyadisch-trivalenten Semiotik

1. Unter den linguistisch motivierten Semiotiken ist besonders die von Sydney Lamb (1962) begründete und vor allem von Peter A. Reich in ein Netzwerk ausgebaute stratifikationelle Grammatik zu Recht mit dem Anspruch hervorgetreten, als Modell einer ALLGEMEINEN Semiotik fungieren zu können. Sie wurde bisher u.a. ausserhalb der Linguistik auf Menukarten und Baseball Games angewandt. In Toth (1997) war ich dagegen den umgekehrten Weg gegangen und hatte, ausgehend von der triadischen Peirceschen Semiotik, ein kategoriales Netzwerk geschaffen, das universell angelegt war, aber auch die Linguistik thematisieren konnte.
2. Im folgenden lege ich die Skizze eines neuen Versuchs vor; sie basiert auf dem in Toth (2011) eingeführten dyadisch-trivalenten Zeichenmodell

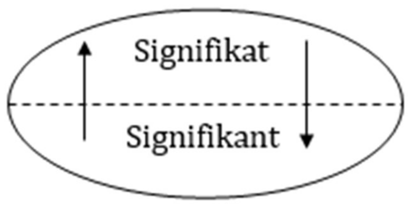
ZR = ((a.b), (c.d)) mit a, ..., d ∈ {1, 2, 3},

als dessen „Repertoire" bekanntlich die von Bense (1975, S. 105) eingeführte grosse semiotische Matrix dient:

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 1.3	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

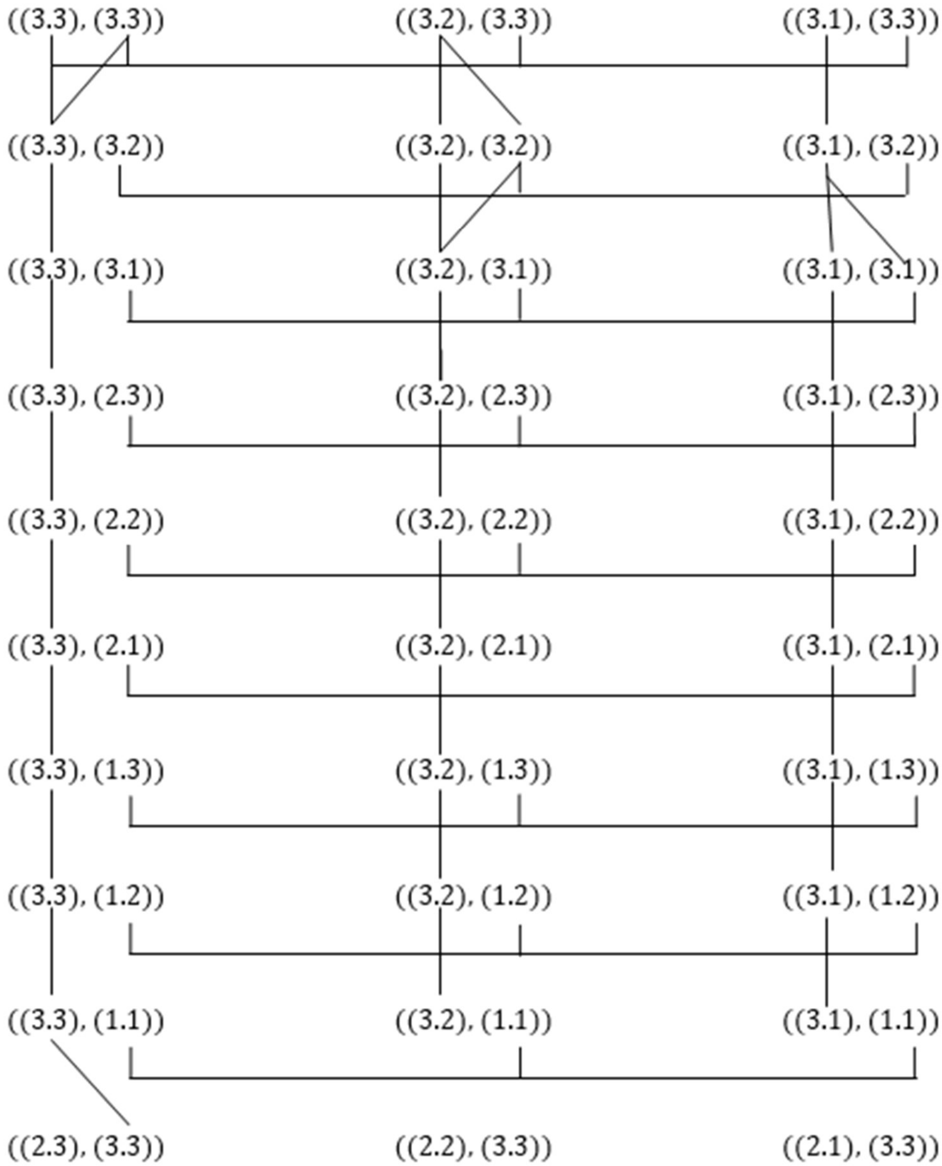
Dabei werden die Dyaden-Paare von oben nach unten und von links nach rechts nach abnehmenden Valenzzahlen in den Haupt- und Stellenwerten geordnet.
Wie Ebneter (1973, 138 ff., 158 ff.) richtig gesehen hat, beruht ja die entscheidende Neuerung der Stratifikationsgrammatik im Sinne einer Nachfolgekonzeption des Saussureschen Strukturalismus darin, dass das zugrunde liegende Zeichenmodell nicht mehr, wie bei Saussure, eine untrennbare Einheit, vergleichbar der Verso- und Rektoseite eines Blattes Papier ist

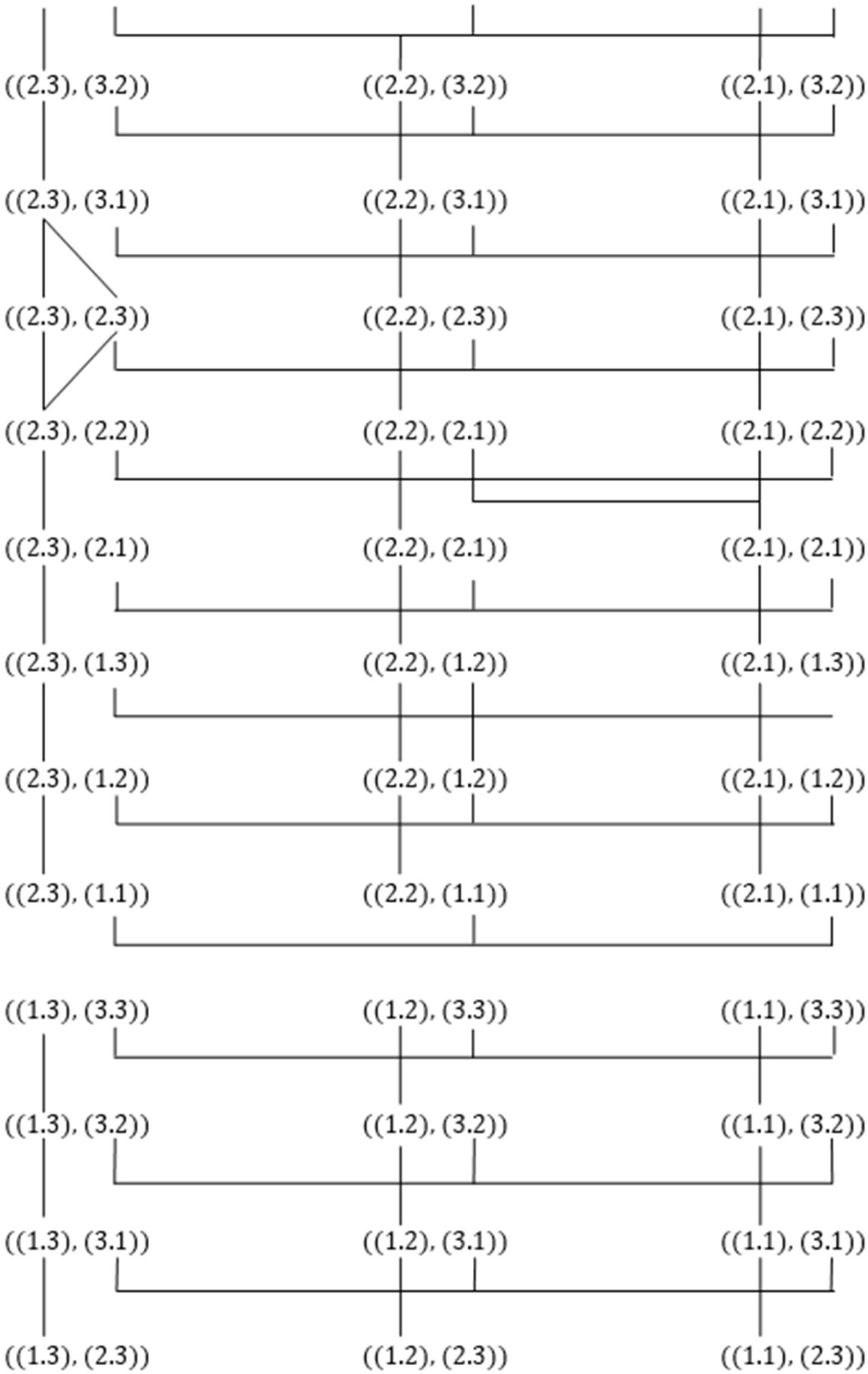
sondern dass nun ebenen zahlreiche Strata zwischen Ausdruck- und Inhalt bzw. umgekehrt vermitteln. Während diese in der stratifikationellen Grammatik variieren, sind sie in den im folgenden zu präsentierenden linguistischen Modell durch das Modell der grossen semiotischen Matrix vorgegebem, so dass das der stratifikationellen ebenso wie der semiotischen Grammatik zugrunde liegende dyadische Zeichenmodell wie folgt zu skizzieren wäre

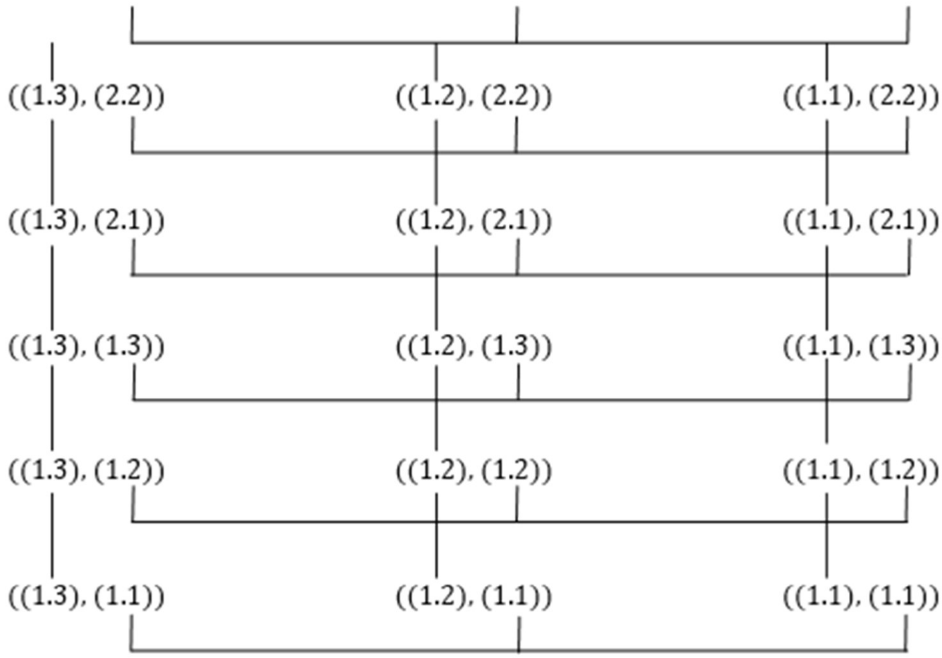


Man kann sich also vorstellen, dass wie die Stratifikationsgrammatik, so auch die dyadisch-trivalente semiotische Grammatik als bidiektionales Kommunikationsschema aufgefasst werden kann mit der Inputkomponente oben, wo die „Hyperseme" kodiert werden, der Outputkomponente unten, wo die „Hyphone" enkodiert werden und den pragmatischen, semantischen und syntaktischen Ebenen sowohl für semantische als auch für phonetische Einheiten als SYNCHRONE Vermittlungssysteme dazwischen. Das bedeutet also, dass ein kognitives Konzept nicht erst alle Ebenen von oben nach unten linear durchlaufen muss, um zu einem Sprach- oder anderen Zeichen zu werden, sondern dass auch Rückwärts- und Seitwärtsbewegungen möglich sind.

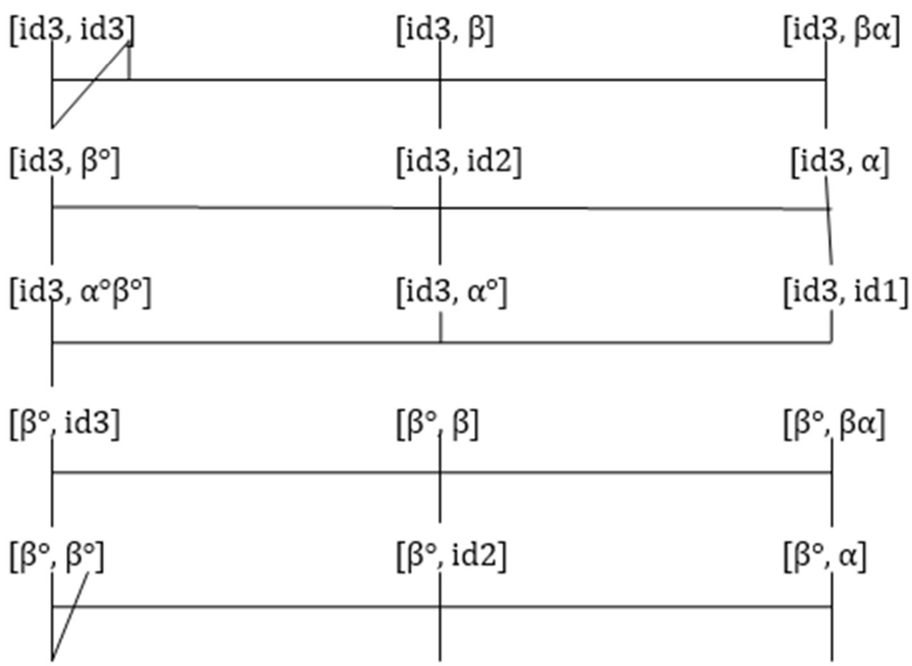
3.1. Dyadisch-trivalentes semiotisches Netzwerk in numerischer Notation

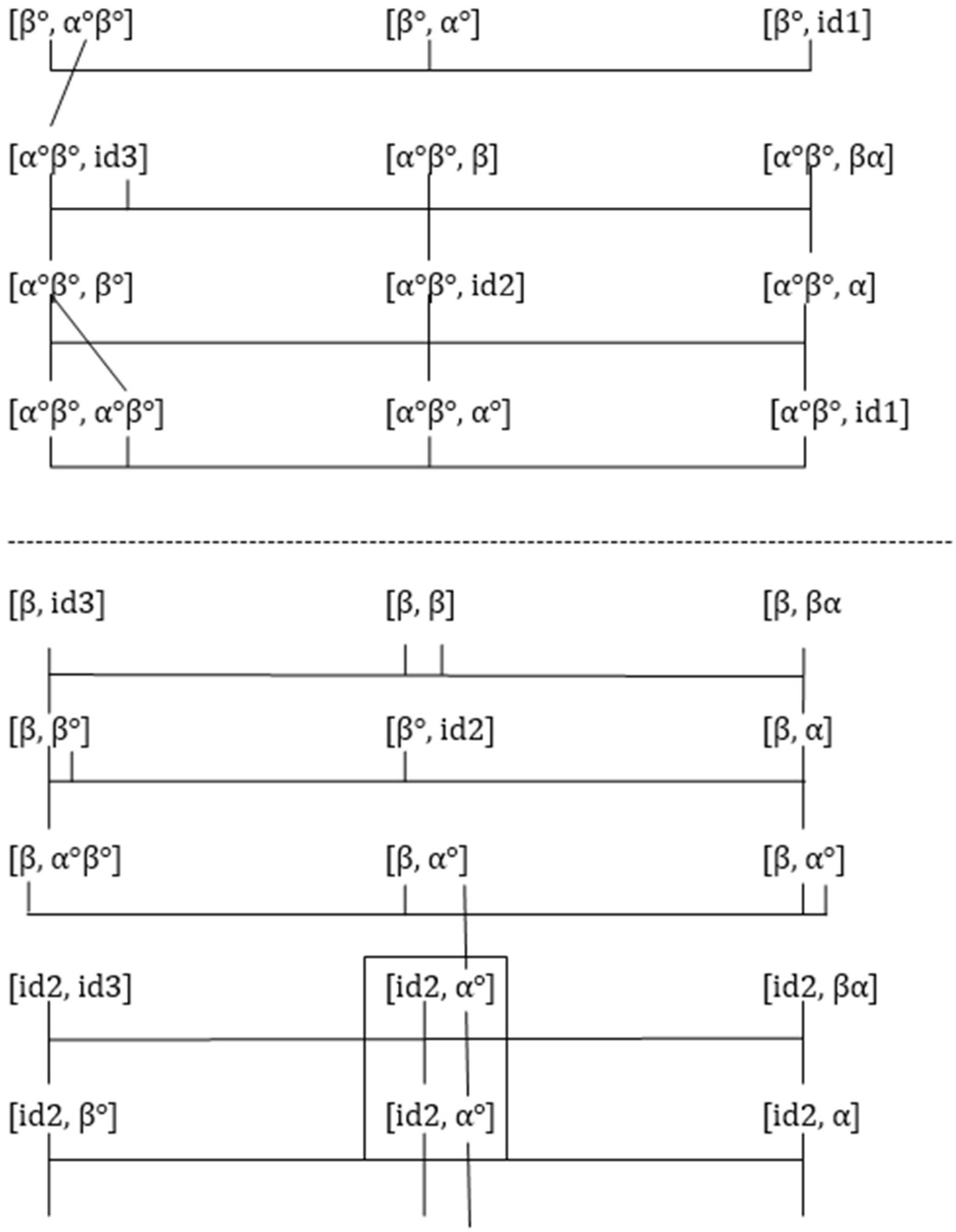


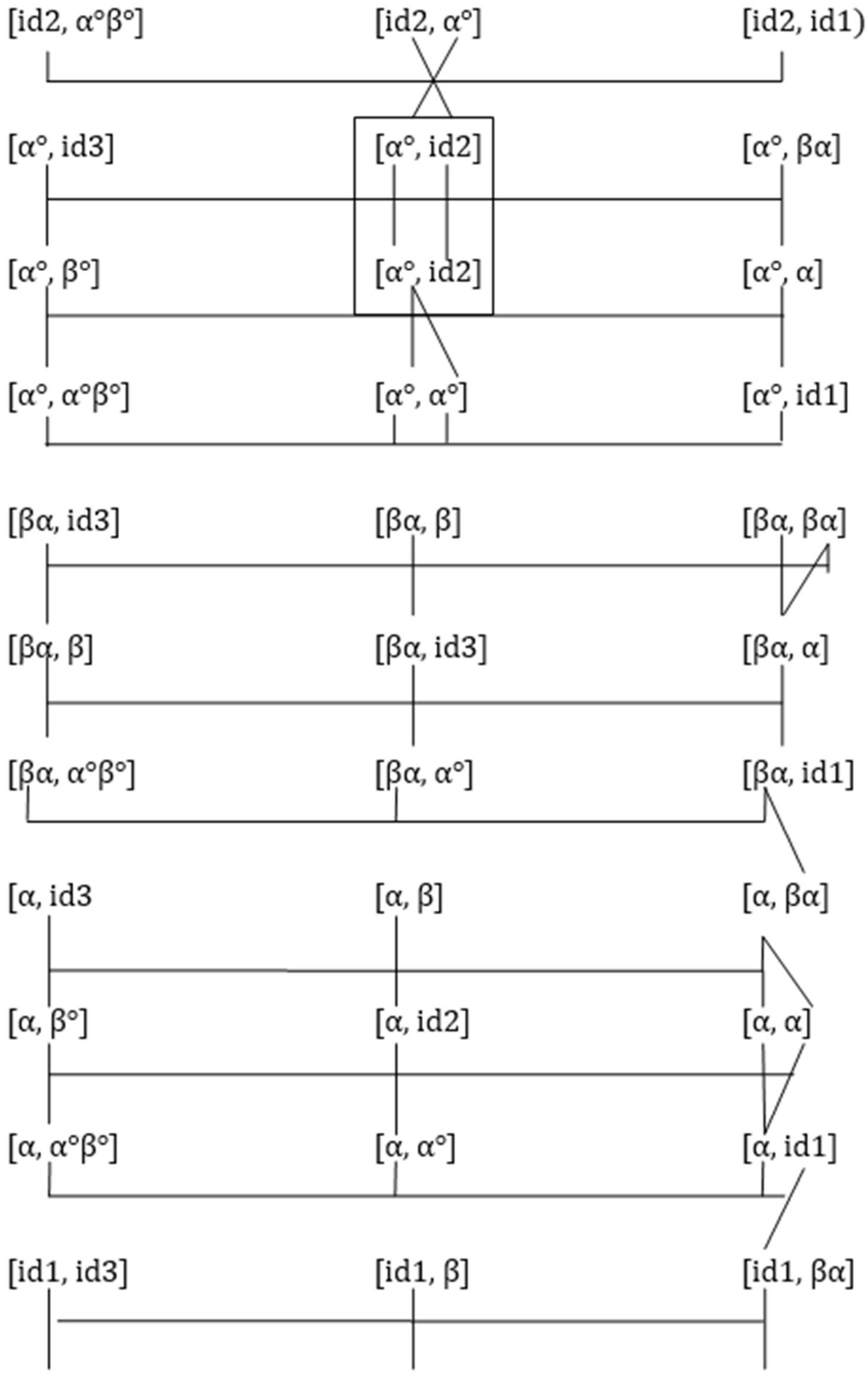

((2.3), (3.2))
((2.2), (3.2))
((2.1), (3.2))
((2.3), (3.1))
((2.2), (3.1))
((2.1), (3.1))
((2.3), (2.3))
((2.2), (2.3))
((2.1), (2.3))
((2.3), (2.2))
((2.2), (2.1))
((2.1), (2.2))
((2.3), (2.1))
((2.2), (2.1))
((2.1), (2.1))
((2.3), (1.3))
((2.2), (1.2))
((2.1), (1.3))
((2.3), (1.2))
((2.2), (1.2))
((2.1), (1.2))
((2.3), (1.1))
((2.2), (1.1))
((2.1), (1.1))
((1.3), (3.3))
((1.2), (3.3))
((1.1), (3.3))
((1.3), (3.2))
((1.2), (3.2))
((1.1), (3.2))
((1.3), (3.1))
((1.2), (3.1))
((1.1), (3.1))
((1.3), (2.3))
((1.2), (2.3))
((1.1), (2.3))

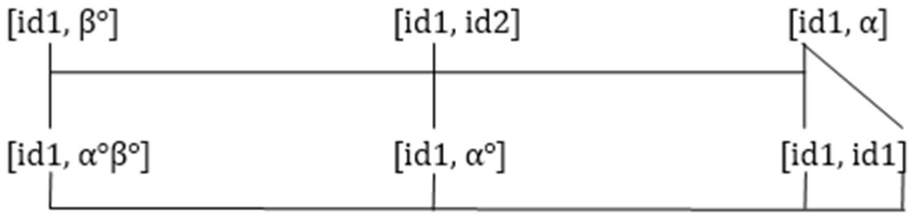


3.2. Dyadisch-trivalentes semiotisches Netzwerk in kategorialer Notation

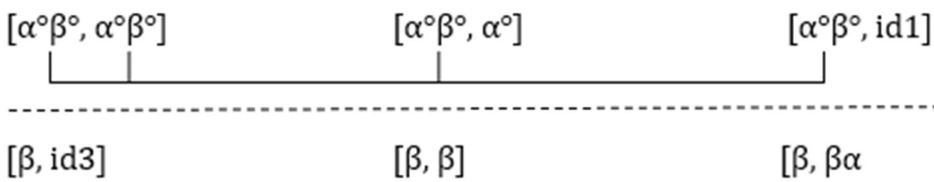



[β°, α°β°]
[β°, α°]
[β°, id1]
[α°β°, id3]
[α°β°, β]
[α°β°, βα]
[α°β°, β°]
[α°β°, id2]
[α°β°, α]
[α°β°, α°β°]
[α°β°, α°]
[α°β°, id1]
[β, id3]
[β, β]
[β, βα
[β, β°]
[β°, id2]
[β, α]
[β, α°β°]
[β, α°]
[β, α°]
[id2, id3]
[id2, α°]
[id2, βα]
[id2, β°]
[id2, α°]
[id2, α]

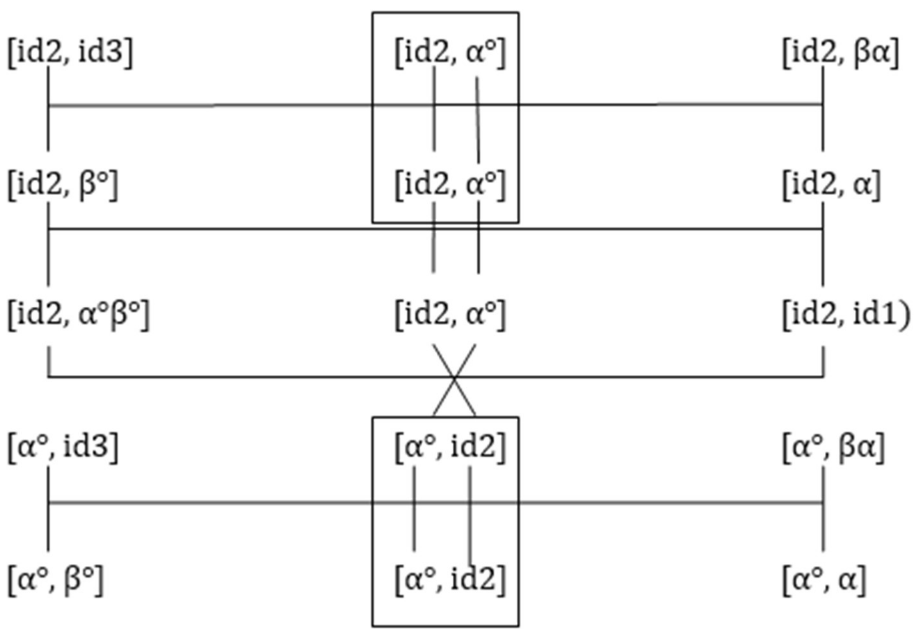

[id2, α°β°] [id2, α°] [id2, id1)
[α°, id3] [α°, id2] [α°, βα]
[α°, β°] [α°, id2] [α°, α]
[α°, α°β°] [α°, α°] [α°, id1]
[βα, id3] [βα, β] [βα, βα]
[βα, β] [βα, id3] [βα, α]
[βα, α°β°] [βα, α°] [βα, id1]
[α, id3 [α, β] [α, βα]
[α, β°] [α, id2] [α, α]
[α, α°β°] [α, α°] [α, id1]
[id1, id3] [id1, β] [id1, βα]



Man beachte, dass im numerischen Netzwerk von jedem semiotischen „Stratum“ zum nächsten mindestens ein Pfad führt. Bei den folgenden zwei Strata ist dies im kategorialen Netzwerk jedoch nicht der Fall:



Ferner hat das kategoriale, nicht aber das numerische Netzwerk ein starkes symmetrisches Zentrum:



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Bense 1975
Ebneter, Theodor, Stratifikationalismus und Transformationalismus. München 1973
Lamb, Sydney, Outline of Stratification Grammar. Berkeley, Ca. 1962

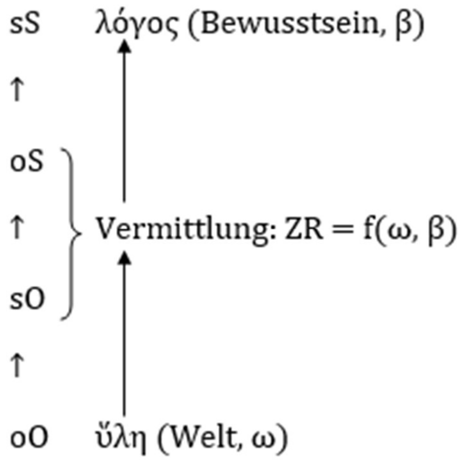
Reich, Peter A., A relational Network Model of Language Behaviour. PhD dissertation, University of Michigan, 1970
Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
Toth, Alfred, Einführung in die dyadisch-trivalente Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Zwischen aussen und innen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell

1. In Toth (2011) hatte ich den Versuch gemacht, zu einem dyadischen Zeichenmodell zurückzukehren, aber die Peircesche Trivalenz beizubehalten. Diese Unbalanciertheit zwischen der Stelligkeit (Valenz) der Relation und der Anzahl zur Verfügung stehender Werte führte in der Folge zu einigen bemerkenswerten Ergebnissen, die in meinem „Electronic Journal“ publiziert sind. Ein dyadisches anstatt triadisches Zeichenmodell ergibt sich natürlich aus dem dichotomischen Charakter des Grossteils der Zeichen: So ist z.B. eine Grammatik eine Zuordnung von Ausdruck und Inhalt, d.h. zwischen Mittel und Objekt, und es ist also sinnlos und falsch, ein Drittes, angeblich Vermittelndes (Arbitraritätsgesetz!), hinzuzuhalluzinieren, nur weil das triadische Zeichenmodell eben noch einen Interpretantenbezug besitzt. Dyadisch ist auch die landläufige Vorstellung dessen, was ein Zeichen ist: Ein Etwas, das für ein Anderes steht (bzw. auf es zeigt, hinweist, es ersetzt, substituiert, repräsentiert, usw.).

2. Damit dürfte auch sogleich klar sein, dass weder das bezeichnete Objekt noch der Zeichensetzer, -interpret, -sender, -empfänger usw. in der Zeichenrelation stehen, denn sonst wäre das Zeichen entweder überflüssig (wenn das Objekt neben dem Zeichen steht) oder es wäre nicht von einem Kommunikationsschema unterscheidbar (was keiner mir bekannten Zeichendefinition entspricht). Auch wenn also Objekt und Interpret als ontologische Grössen (bzw. 0-stellige Relationen) natürlich keinen Platz in der triadischen Zeichenrelation als „verschachtelter“ Relation über einer triadischen, einer dyadischen und einer monadischen Relation (Bense 1979, S. 53) haben, müssen sie mindestens als semiotische „Mitführungen“ (Bense 1979, S. 43 ff.) in der Zeichenrelaiton präsent sein. In meiner dyadischen Semiotik erscheinen sie daher nicht als Kategorien (Relationen), sondern als Werte (Valenzen).

3. Allerdings ist die in Toth (2011) eingeführte dyadische Semiotik wie diejenige von Peirce, wo der sie abstrahiert ist, trivalent. Genau besehen, ist ein solches Konzept jedoch defektiv, denn in einer aristotelischen Hierarchie von der Hyle zum Logos haben wir zwei und nicht nur eine Vermittlungsstufe („verschmierte Kategorien“):



Zu ZR = f (ω, β) vgl. Bense (1975, S. 16), wo das Zeichen ebenfalls dyadisch definiert wird.

Das logisch-epistemologische Intervall [oO, sO, oS, sS] stellt somit die maximale Reichweite der Dichtotomie von Subjekt und Objekt und damit von logisch-ontologischer Monokontexturalität dar. Wie Kaehr (2011) korrekt gesehen hat, sind die logisch-epistemologisch-semiotischen Entsprechungen:

oO ↔ O (.2.)
sO ↔ M (.1.)
oS ↔ Q (.0.)
sS ↔ I (.3.).

4. Kaehr geht nun aber einen wesentlichen Schritt über diese Basistheorie hinaus, und zwar mit einer Definition eines Paares von dichtomischen Kenogrammschemata, die sehr nahe jener modernen Auffassung kommen, nach der praktisch kein Unterschied zwischen Zahl und Spiel mehr besteht (vgl. z.B. Conway 1976). Ich stelle diesen Prozess wie folgt dar:

Innen ⌈ Aussen
↓
[○ ⌈ □] ⌈ [□ ⌈ ○]
↓
[sS ⌈ oS] ⌈ [oO ⌈ sO]
↓
[I ⌈ Q] ⌈ [O ⌈ M]
↓
[(3.a ⌈ 0.d] ⌈ [2.b ⌈ 1.c] mit a, b, c, d ∈ {0, 1, 2, 3}.

Die dyadische Grundstruktur des Zeichens besteht also aus einer Subjekt- und einer Objektseite mit je 2 Positionen sowie 4 Werten. Das einfachste Schema ist somit:

Zei = [[Subjekt] $\lceil$ [Objekt]].

Die Subjektseite besteht aus dem Interpretanten und der Qualität, diese ist semiotisch die Mitführung des zum Zeichen erklärten Objekts. Die Objektseite besteht aus dem Objektbezug und dem Mittel oder aus Inhalt und Ausdruck. Somit entspricht also das Saussuresche Zeichenmodell nicht etwa unserem Zeichen Zei, sondern nur dessen Objektseite!

Sieht man von Permutationen der Positionen ab, so können also für alle 4 Positionen je 4 Werte in a, ..., d eingesetzt werden, wodurch wir 44 = 256 dyadische Zeichenrelationen, {Zei}, bekommen. Dabei ist höchst bemerkenswert, dass, im Falle dass wir die Bensesche Dualisation zusammenlassen, jede Kategorie mit jeder anderen in einer Austauschrelation steht, vgl. z.B.

$\times(3.0) = (0.3)$, d.h. I → Q

$\times(3.1) = (1.3)$, d.h. I → M

$\times(3.2) = (2.3)$, d.h. I → O

$\times(3.3) = (3.3)$, d.h. I → I (Selbstdualität).

In anderen Worten: Dualisation führt bei Zei nicht nur zum Austausch von Kategorien, sondern von Kategorien und Werten:

Cat ↔ Val.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Conway, John H., On Numbers and Games. London 1976

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth´s "Theory of the Night". http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.pdf (2011)

Toth, Alfred, Die Konstruktion von Triaden aus Dyadenpaaren ohne vordefinierte Trichotomien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Arität, Adizität, Tomie und Valenz

1. Bekanntlich ist die Peircesche Zeichenrelation triadisch und trichotomisch

$ZR3,3 = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit a, b, c $\in \{1, 2, 3\}$,

d.h. es gilt, dass Adizität und „Tomie" balanciert sind:

$Ad = T$

Man kann nun variieren: Wäre ZR dyadisch, aber immer noch trichotomisch, dann hätten wir

$ZR2,3 = (2.a\ 1.b)$ mit a, b $\in \{1, 2, 3\}$.

In diesem Fall ist also die Adizität kleiner als die Tomie

$Ad < T$.

Der umgekehrte Fall liegt z.B. dann vor, wenn ZR triadisch, aber nur dichotom ist:

$ZR3,2 = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit a, ..., c $\in \{1, 2\}$.

Es gilt dann

$Ad > T$.

Trotzdem sind alle drei Fälle von Relationen binär, denn es gelten die Grundgesetze des Denkens der 2-wertigen Logik (die Sätze der Identität, des verbotenen Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten.

2. In allen oben Fällen koinzidiert ferner die Valenz mit der Tomie. Ein Fall, wo dies nicht der Fall ist, ist die in Toth (2011) eingeführte dyadisch-tetravalente Zeichenrelation

$ZR2,2,4 = ((3.a\ 0.b), (2.b\ 1.c))$.

Sie besteht aus 2 Dyaden und 4 Subdyaden mit 4 Positionen, in die Werte von a ... d $\in \{0, 1, 2, 3\}$ eingeschrieben werden können. Man könnte einwenden, dass alle 4 Subdyaden hier tetratomisch seien, aber den Fall einer dyadisch-tetratomischen Relation stellt z.B. auch

$ZR2,4 = (2.a\ 1.b)$ mit a, b $\in \{1, 2, 3, 4\}$,

ohne dass damit irgendein Zusammenhang zwischen ZR2,4, ZR2,2,4 und dem Wertevorrat von ZR2,2,4 (0, 1, 2, 3) bestünde. Es ist deshalb notwendig, Tomie und Valenz voneinander zu trennen. Eine Relation, welche den tomischen Wert 0 besitzt, hat deshalb nicht keine Tomie! Ausserdem wird eine Relationentheorie, welche nicht zwischen Tomie und Valenz unterscheidet, der speziellen Typ der „Relation über Relationen" (Bense 1979, S. 53), der im übrigen gerade für ZR3,3, also die Peircesche Zeichenrelation, zutrifft, nicht gerecht.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Zur Charakteristik der dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Zeichenrelationen mit gemischten Valenzen

1. Die Peircesche Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3}

ist, wie in Toth (2011a) dargelegt, nicht nur triadisch und trichotomisch, sondern auch trivalent. In der zitierten Arbeit wurde erwähnt, dass es Relationen gibt, bei denen die Tomizität nicht mit der Valenz koinzidiert.

2. Solche Relationen lassen sich leicht durch die in Toth (2011a) eingeführte dyadische, aber tetravalente Zeichenrelation konstruieren. Es sei z.B.

ZR2,5 = ((3.a 0.b), (2.c 1.d)) mit a, …, d ∈ {0, 1, 2, 3, 4}

Dabei kann man sich entscheiden, für die eine oder die andere der beiden Subdyaden die ursprüngliche Valenz von ZR2,4 beizubehalten. Man erhält dann entweder

ZR2,4/2.5 = ((3.a 0.b), (2.c 1.d)) mit a, b ∈ {0, 1, 2, 3} und c, d ∈ {0, 1, 2, 3, 4}

oder

ZR2,4/2.5 = ((3.a 0.b), (2.c 1.d)) mit a, b ∈ {0, 1, 2, 3, 4} und c, d ∈ {0, 1, 2, 3} .

3. Wenn Tomizität und Valenz gekoppelt werden, kann man auch erstere verändern, z.B.

ZR = ((3.a 0.b 2.c), (1.d))

ZR = ((3.a), (0.b 2.c 1.d)).

Ist die Adizität (Ad) höher als die Tomizität (T), liegt also Ad > T vor, so liegt eine überbalancierte, aber valenziell homogene Relation vor. Im umgekehrten Falle, d.h. bei Ad < T, liegt eine unterbalancierte, aber immer noch valenziell homogene Relation vor, während die oben vorgeführten Relationen ZR2,4/2.5 und ZR2,4/2.5 valenziell inhomogen sind.

Da für alle aufgezählten Fälle eigene Matrizen – in den inhomogenen sogar so viele Matrizen wie es Partialrelationen gibt – benötigt werden, unterscheiden sich natürlich die über diesen Relationen zu konstruieren Zeichenrelationen strukturell als auch wertmässig stark voneinander ebenso wie sich die Anzahl der konstruierbaren Zeichenrelationen von Fall zu Fall unterscheidet.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zur Charakteristik der dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Arität, Adizität, Tomie und Valenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Pseudo-Triaden und Diamanten

1. Ich setze die Einführung semiotischer Diamanten in Toth (2008, S. 166 ff.) voraus. Ferner setze ich die Unterscheidung triadischer (semiotischer) Diamanten und tetradischer (semiotischer) Diamonds durch Kaehr (2008) voraus (die Differenz zwischen deutscher und englischer Bezeichnung reflektiert hier diejenige zwischen mono- und polykontexturaler logischer Basis).

2. Wir gehen aus von der in Toth (2011) eingeführten dyadisch-ternär-tetravalenten Zeichenrelation

ZR = ((a.b), (c.d)) mit a, b, c, d $\in$ {1, 2, 3}.

Die dyadische Relation ZR kann man nun in ihrer Valenz sofort bedeutend erweitern (unter Beibehaltung ihrer dyadisch-ternären Struktur), indem man Hierarchien bildet:

ZR' = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h)))

ZR'' = ((((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h))), (((i.j), (k.l)), ((m.n), (o.p))))

...

3. Bleiben wir aber vorerst bei ZR. Man kann nun jede Dyade ZRn für jedes n $\geq$ 1 dadurch in eine Pseudo-Triade verwandeln, daß man

ZRTr = ((a.b), (b.c), (c.d))

bildet. Sei z.B. (a.b) = (1.3) und (c.d) = (2.3), dann bekommen wir folgende Diamantendarstellung:

$$1.3 \longleftarrow 2.3$$

$$1.3 \rightarrow 3.2 \diamond 2.2 \rightarrow 2.3$$

$$1.3 \rightarrow 2.3$$

Die Menge aller (b.c) ist also semiotisch gesehen die Menge aller zeicheninternen, d.h. semiosischen Vermittlungsrelationen zwischen den beiden dyadischen Relationen von ZR. Daraus resultiert, dann man für anwachsendes n für jedes ZRn eine grössere Anzahl unterschiedlicher Vermittlungsrelationen benötigt; für ZR2 (die Vermittlungsrelationen sind im folgenden fett markiert):

ZRn = ZR' = (((a.b), **(b.c)**, (c.d)), **(d.e)**, ((e.f), **(f.g)**, (g.h)))

Eine Pseudo-Triade ist also nichts anderes als eine Kette. Ein bemerkenswertes Seiten-Ergebnis besteht darin, daß im System der 10 (triadischen) Peirceschen Zeichenklassen nur die Teilklasse der dicentischen Zeichenklassen Ketten darstellen können, da nur sie die für semiotische Ketten vorausgesetzte Struktur

Triadische Kette = ((3.2), (2.a) (c.d))

aufweisen. Tatsächliche gibt es aber keine einzige wohlgeformte, d.h. dem Ordnungsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$ folgende Peircesche Zeichenklasse

*(3.2 2.1 1.1)

*(3.2 2.2 2.a) ($a \in \{1, 2, 3\}$)

*(3.2 2.3 3.b) ($b \in \{1, 2, 3\}$)

4. Versuchen wir nun aber, auch ZR' als semiotischen Diamanten darzustellen:

$$(a.b) \longleftarrow (g.h)$$

$$(a.b) \longleftarrow (d.e) \diamond (d.e) \longleftarrow (g.h)$$

$$((a.b) \rightarrow (b.c) \diamond (c.d) \rightarrow (d.e)) \diamond ((d.e) \rightarrow (e.f) \diamond (f.g) \rightarrow (g.h))$$

$$(a.b) \rightarrow (d.e) \diamond (d.e) \rightarrow (g.h)$$

$$(a.b) \rightarrow (g.h)$$

Zur Bestimmung der verschiedenen Typen von „bridges“ und „jumpings“ (vgl. Kaehr 2007, S. 12 ff.) kann man sich nun fragen, welche der Subzeichen einer beliebigen Relation ZRn man miteinander semiotisch verbinden kann. Wie Kaehr (2009) ferner gezeigt hat, tut man dies am besten mit Hilfe von „matching conditions“, dadurch kann man nicht nur homogene, sondern auch inhomogene semiotische Zusammenhänge (nach Kaehr „textemes“) herstellen. Ferner muss man, wie ich in einer früheren Arbeit gezeigt habe, zwischen triadischen und trichotomischen „Peirce-Zahlen" unterscheiden. Im Falle des obigen Beispiels ZR2 haben wir damit

Monadische homogene Matches: z.B. a. ≡ c.

Monadische heterogene Matches: z.B. .a ≡ c.

Monadische ambivalente Matches: z.B. .a. ≡ c. und .a. ≡ .c

Dyadische homogene Matches: (d.e) ≡ (d.e)

Dyadische inhomogene Matches: z.B. (a.b) ≡ (d.e)

Triadische inhomogene Matches: z.B. (a.b.c) ≡ (d.e.f) [vgl Kaehrs „risky bridges", 2007, S. 12]

Tetradische inhomogene Matches: z.B. (a.b.c.d) ≡ (e.f.g.h)

Es gibt zwar keine homogene triadischen und höheren Matches, aber man kann eine große Anzahl von ambivalenten Matches konstruieren, z.B. (.a. .b f. .h) ≡ (.h .g. a. .b) usw.

Zusammenfassend dürfte klar werden, daß die Einführung von Pseudo-Triaden in dyadischen Zeichenrelationen nicht nur zu einer Erweiterung der semiotischen Diamantentheorie führt, sondern daß in Sonderheit durch Kaehrs Entdeckung der matching conditions sich eine sehr große und bisher ungeahnte Menge von semiotischen Relationen eröffnet.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. In: ThinkArtLab, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. In: ThinkArtLab, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2009)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Einführung eines dyadisch-ternär-tetravalenten Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Relationale Strukturen und Zahlenfolgen

1. Gehen wir von der allgemeinen Form der Peirce-Benseschen triadischen Zeichenrelation
ZR3 = (1.a, 2.b, 3.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3}
aus, so lassen sich alle aus ZR3 konstruierbaren konkreten Zeichenrelationen in eindeutiger Weise durch die Folge ihrer Trichotomien, d.h. durch T = (a, b, c) charakterisieren (i.a.W., es gibt eine bijektive Abbildung von ZR3 auf T). Zunächst erhalten wir für T die folgende Menge relationaler Strukturen T(S):
T(S) = (a, b, c), (a, (b, c)), ((a, b), c) für a, b, c ∈ {1, 2, 3}.
2. Nun gilt allerdings mit Bense (1979, S. 53)
ZR3 = (1.a, 2.b, 3.c) := (1.a, (1.a, 2.b), (1.a, 2.b, 3.c)),
d.h. das Zeichen wird als eine triadische, sich selbst enthaltende, "Relation über Relationen" oder "verschachtelte" Relation über einer monadischen, dyadischen und triadischen Teilrelation (besser: Menge von mon., dyad. u. triad. Teilrelationen) definiert. Damit bekommen wir also (mit Weglassung der Klammern)
T = (a, b, c) := (a, (a, b), (a, b, c)) = (a, a, b, a, b, c),
d.h. natürlich eine fraktale Zahlenfolge, die für n-adische Relationen mit n = 3 mit dem Anfang der "doubly fractal sequence" A002260 (OEIS) korrespondiert:

A002260 Integers 1 to k followed by integers 1 to k+1 etc. (a fractal sequence).

1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 2, 3

3.1. Da jedoch die Belegung der Elemente von T frei ist, müssen auch die Permutationen von T, d.h. ℘(T) = ((a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b), (c, b, a)), berücksichtigt werden, denn diese Strukturen sind weder semiotisch noch arithmetisch paarweise isomorph. Um ℘(T) aufzuzeigen, führen wir für die verbleibenden fünf Fälle die Klammerung wieder ein. Für den ersten, soeben behandelten Fall haben wir natürlich

(1, (1, 2), (1, 2, 3)), (1, ((1, 2), (1, 2, 3))), ((1, (1, 2)), (1, 2, 3)).

3.2. (1, (1, 2, 3), (1, 2)), (1, ((1, 2, 3), (1, 2))), ((1, (1, 2, 3)), (1, 2))

A194832 Triangular array (and fractal sequence): row n is the permutation of (1,2,...,n) obtained from the increasing ordering of fractional parts {r}, {2r}, ..., {nr}, where r=-tau=-(1+sqr(5))/2.

1, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 4, 2, 3, 1, 4, 2, 5, 3, 6, 1, 4, 2, 5, 3, 6, 1, 4, 7, 2, 5, 8, 3, 6, 1, 4, 7, 2, 5, 8, 3, 6, 1, 9, 4, 7, 2, 5, 8, 3, 6, 1, 9, 4, 7, 2, 10, 5, 8, 3, 11, 6, 1, 9, 4, 7, 2, 10, 5, 8, 3, 11, 6, 1, 9, 4, 12, 7, 2, 10, 5, 8, 3, 11, 6, 1, 9, 4, 12, 7, 2, 10, 5, 13, 8, 3, 11

3.3. ((1, 2), 1, (1, 2, 3)), ((1, 2), (1, (1, 2, 3))), (((1, 2), 1), (1, 2, 3))

A056169 Number of unitary prime divisors of n.

0, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 0, 2, 0, 1, 1, 3, 1, 0, 2, 2, 2, 0, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 0, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 1, 0, **1, 2, 1, 1, 2, 3,** 1, 1, 0, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 3, 1, 1, 3

3.4. ((1, 2), (1, 2, 3), 1), ((1, 2), ((1, 2, 3), 1)), (((1, 2), (1, 2, 3)), 1)

A002260 Integers 1 to k followed by integers 1 to k+1 etc. (a fractal sequence)

1, **1, 2, 1, 2, 3, 1,** 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 2, 3

3.5. ((1, 2, 3), 1, (1, 2)), ((1, 2, 3), (1, (1, 2))), (((1, 2, 3), 1), (1, 2))

A000188	(1) Number of solutions to x^2 = 0 (mod n). (2) Also square root of largest square dividing n. (3) Also Max_{ d divides n } GCD[d,n/d]

1, 1, 1, 2, 1, 1, **1, 2, 3, 1, 1, 2,** 1, 1, 1, 4, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 5, 1, 3, 2, 1, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 6, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 4, 7, 5, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 8, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 6, 1, 1, 5, 2, 1, 1, 1, 4, 9, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 3

3.6. ((1, 2, 3), (1, 2), 1), ((1, 2, 3), ((1, 2), 1)), (((1, 2, 3), (1, 2)), 1)

A190496	[(bn+c)r]-b[nr]-[cr], where (r,b,c)=(sqrt(2),3,2) and []=floor

2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 2, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 2, 3, 1, 2, **1, 2, 3, 1, 2, 1,** 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 2, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0

4. An dieser Stelle muß man sich allerdings fragen, wie sich grundätzlich semiotische und arithmetische Folgen unterscheiden. Fassen wir kurz einige zentrale, hier sowie in Toth (2012a-d) gewonnene Ergebnisse zusammen:

4.1. Von (3.a, 2.b, 1.c), also der Peirceschen, mit dem Interpretanten beginnenden, "retrosemiosischen" (der "pragmatischen Maxime" verdankte) Ordnung der dyadischen Partialrelationen, gelangt man zu (1.a, 2.b, 1.c) durch Auflösung der semiotischen Opposition zwischen semiosischer und retrosemiosischer Ordnung, indem man einfach von Relationen und deren Konversen spricht.

4.2. Durch Aufhebung der Ordnungssrestriktion (a ≤ b ≤ c) für die trichotomischen Werte gelangt man von der Menge der 10 Peirceschen Zeichenklassen zur Menge der 33 = 27 Bedeutungsklassen (vgl. Bense ap. Walther 1979, S. 80).

4.3. Durch Aufhebung des Triadizitätsprinzips (der Forderung der paarweisen Verschiedenheit der semiotischen Werte für die Triaden) gelangt man von den

27 Bedeutungsklassen zu den 243 Relationen, welche über dem Schema (a.b, c.d, e.f) für a, ..., f $\in$ {1, 2, 3} konstruierbar sind.

4.4. Ein weiterer entscheidender Schritt in der Auflösung semiotischer ad hoc-Limitationen besteht nun darin, die Äquilibration zwischen triadischen und trichotomischen semiotischen Werten aufzuheben. Wie man sich erinnert, läßt sich ja jede triadische Zeichenrelation in drei Dyaden zerlegen (Toth 2012e), und diese sind als kartesische Produkte aus den Benseschen Primzeichen (Bense 1981, S. 17 ff.) durch Selbstabbildung der Menge der Primzeichen in sich selbst (PZ $\times$ PZ) definiert, d.h., salopp gesagt, triadische und trichotomische Relationen haben dieselbe "Valenzzahl", da die Werte ja aus ein und demselben Wertevorrat, d.h. PZ, stammen. Wenn wir aber nun für die triadischen (T) und die trichotomischen Primzeichen (t) diese "Valenz-Restriktion" aufheben, haben wir also die möglichen allgemeinen Fälle

T = t (klassischer, Peirce-Bensescher Fall)

T $>$ t (z.B. 3-adische 2-otomische Rel.)

T $<$ t (z.B. 3-adische 4-tomische Rel.)

Die arithmetische Konsequenz der Aufhebung dieser semiotischen ad hoc-Beschränkung, welche nur den Fall T = t erlaubt, ist also, daß bei Zahlenfolgen bei jedem (n+1)-Schritt nicht sämtliche Schritte (1, ..., n) iteriert werden müssen, d.h. es handelt sich bei den durch T $>$ t und T $<$ t konstruierbaren Zahlenfolgen um partielle fraktale Folgen, wie z.B.

$(1, 1, 2, 1, 2, 3) \Rightarrow (1, 1, 2, 1, 3) \Rightarrow (1, 1, 2, 2, 3) \Rightarrow (1, 2, 1, 2, 3) \Rightarrow (1, 1, 2, 3) \Rightarrow (1, 2, 3)$

Wie man anhand dieses Beispiels erkennt, steht also am Ende dieser Folgen-Transformation die "unverschachtelte" Zeichenrelation ZR3. Daraus geht in Sonderheit hervor, daß die semiotische Interpretation der Folgenglieder 1, 2 und 3 in (1, 2, 3) eine Abbildung der Peirceschen Modalkategorien Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit auf eine Teilfolge der Folge der natürlichen Zahlen (Peanozahlen, wie bereits Bense 1975, S. 167 ff. sah und Peirce selbst anläßlich seiner "Axioms of Numbers", vgl. Bense 1983, S. 192 ff. gesehen haben muß) darstellt, wobei die Modalkategorien auf irgendeine Teilfolge (abc) abbildbar wäre. Was jedoch eine semiotische Relation von einer arithmetischen Relation unterscheidet, ist die Fraktalität der semiotischen Zahlenfolge, obwohl natürlich nicht jede fraktale Zahlenfolge eo ipso eine Zeichenrelation darstellt und obwohl partielle Fraktalität, wie man in 4.4. gesehen hat, möglich ist, ohne den Zeichenbegriff über Bord zu werfen. **Wir dürfen somit schließen, daß semiotische Relationen eine spezielle Teilklasse selbstähnlicher, d.h. fraktaler Zahlenfolgen sind.**

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Die triadische Zeichenrelation als Fragment einer fraktalen Sequenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Skizze einer fraktalen Sequenz-Semiotik unter Einschluss der Nullheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zur Selbstähnlichkeit extrinsischer und intrinsischer Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Partiell selbstähnliche Zeichenzahlen-Folgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Walthers Vereinigung von Dyaden als Robertson-Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Inversen- und Dualia-Bildung bei nichtkommutativen Zeichenrelationen

1. In der von Bense eingeführten sog. (kleinen) semiotischen Matrix

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

wird die Identität von konversen und dualen Partialrelationen, d.h.

$(a.b)^{\circ} = \times(a.b) = (b.a)$

dadurch garantiert, daß die drei möglichen semiotischen Gruppen, die man über der Menge der Primzeichen PZ = {1, 2, 3} mit Hilfe von drei Verknüpfungen konstruieren kann, abelsch, d.h. kommutativ sind. Anders gesagt: Die drei möglichen Austauschrelationen, welche die drei möglichen Operatoren erzeugen, nämlich

1. Gruppe (PZ, ○1)	2. Gruppe (PZ, ○2)	3. Gruppe (PZ, ○3)
$2 \leftrightarrow 3$	$1 \leftrightarrow 3$	$1 \leftrightarrow 2$
1 = const.	2 = const.	3 = const.

sind eindeutig, d.h. sie "überschneiden" sich nicht; vgl. z.B. für die 1. Gruppe (PZ, ○1):

1. Abgeschlossenheit: 1 ○1 1 = 2; 1 ○1 2 = 2 ○1 1 = 3; 1 ○1 3 = 3 ○1 1 = 1; 2 ○1 2 = 1; 2 ○1 3 = 3 ○1 2 = 2; 3 ○1 3 = 3.

2. Assoziativität: 1 ○1 (2 ○1 3) = (1 ○1 2) ○1 3 = 2; 2 ○1 (3 ○1 2) = (2 ○1 3) ○1 2 = 1, 3 ○1 (3 ○1 1) = (3 ○1 3) ○1 1 = 1, usw.

3. Einselement: 1 ○1 3 = 3 ○1 1 = 1; 2 ○1 3 = 3 ○1 2 = 2; 3 ○1 3 = 3, d.h. e = 3.

4. Inverses Element: 1-1 = 2, denn 1 ○1 2 = 3; 2-1 = 1, denn 2 ○1 1 = 3; 3-1 = 3 = const.

2. Bei den 9 möglichen nicht-kommutativen Quasi-Gruppen hingegen fallen Inverse und Dualia nicht mehr unbedingt zusammen; vgl. z.B. die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, ○7):

1. Abgeschlossenheit: 1 ○7 1 = 3; 1 ○7 2 = 1 ≠ 2 ○7 1 = 2; 1 ○7 3 = 2 ≠ 3 ○7 1 = 1; 2 ○7 2 = 3; 2 ○7 3 = 1 ≠ 3 ○7 2 = 2; 3 ○7 3 = 3.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: 1 ○7 (2 ○7 3) = 3 ≠ (1 ○7 2) ○7 3 = 2, usw.

3. Einselemente: 1 ○7 2 = 1 ≠ 2 ○7 1 = 2; 2 ○7 1 = 2 ≠ 1 ○7 2 = 1; 3 ○7 3 = 3.

Wird also die Bedingung an Gruppen, abelsch zu sein, aufgehoben, erhalten wir nicht – wie im Falle der kommutativen Gruppen - je dreimal 6 Permutationen der Folgenglieder in unterschiedlicher Ordnung, d.h. $\wp(PZ) = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$, sondern die folgenden 27 Transpositionen (da wegen Nicht-Kommutativität die paarweise Verschiedenheit der Glieder einer Folge natürlich aufgehoben ist):

(1, 1, 1)	(2, 1, 1)	(3, 1, 1)
(1, 1, 2)	(2, 1, 2)	(3, 1, 2)
(1, 1, 3)	(2, 1, 3)	(3, 1, 3)
(1, 2, 1)	(2, 2, 1)	(3, 2, 1)
(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(3, 2, 2)
(1, 2, 3)	(2, 2, 3)	(3, 2, 3)
(1, 3, 1)	(2, 3, 1)	(3, 3, 1)
(1, 3, 2)	(2, 3, 2)	(3, 3, 2)
(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	(3, 3, 3),

und diese entsprechen natürlich genau den 9 möglichen nicht-kommutativen (Quasi-)Gruppen (PZ, ○4) bis (PZ, ○12) (vgl. Toth 2009). Da wir uns für Konversen und Dualia interessieren, interessieren uns natürlich auch hier die Austauschrelationen, welche die quasigruppentheoretischen Operatoren bewirken:

$$(PZ, \circ 4)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\sigma 4$ (a.b c.d e.f) $\rightarrow$ (1.1 1.1 1.1), d.h. $\sigma 4$ transformiert jede Zeichenklasse in die Zeichenrelation (1.1 1.1 1.1). Hier sind also Konversen und Dualia trivialerweise identisch.

Betrachten wir nun die weiteren 20 Quasigruppen:

$$(PZ, \circ 5)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$\sigma 5$ (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.1)
$\sigma 5$ (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.1)
$\sigma 5$ (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.2)
$\sigma 5$ (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.1)
$\sigma 5$ (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.2)
$\sigma 5$ (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.2 1.2)

σ5 (3.2 2.2 1.2) → (2.1 1.1 1.1)
σ5 (3.2 2.2 1.3) → (2.1 1.1 1.2)
σ5 (3.2 2.3 1.3) → (2.1 1.2 1.2)
σ5 (3.3 2.3 1.3) → (2.2 1.2 1.2)

(PZ, ○6) (1 2 3)
(1 1 3)
σ6 (3.1 2.1 1.1) → (3.1 1.1 1.1)
σ6 (3.1 2.1 1.2) → (3.1 1.1 1.1)
σ6 (3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.1 1.3)
σ6 (3.1 2.2 1.2) → (3.1 1.1 1.1)
σ6 (3.1 2.2 1.3) → (3.1 1.1 1.3)
σ6 (3.1 2.3 1.3) → (3.1 1.3 1.3)
σ6 (3.2 2.2 1.2) → (3.1 1.1 1.1)
σ6 (3.2 2.2 1.3) → (3.1 1.1 1.3)
σ6 (3.2 2.3 1.3) → (3.1 1.3 1.3)
σ6 (3.3 2.3 1.3) → (3.3 1.3 1.3)

(PZ, ○7) (1 2 3)
(1 2 1)
σ7 (3.1 2.1 1.1) → (1.1 2.1 1.1)
σ7 (3.1 2.1 1.2) → (1.1 2.1 1.2)
σ7 (3.1 2.1 1.3) → (1.1 2.1 1.1)
σ7 (3.1 2.2 1.2) → (1.1 2.2 1.2)
σ7 (3.1 2.2 1.3) → (1.1 2.2 1.1)
σ7 (3.1 2.3 1.3) → (1.1 2.1 1.1)
σ7 (3.2 2.2 1.2) → (1.2 2.2 1.2)
σ7 (3.2 2.2 1.3) → (1.2 2.2 1.1)
σ7 (3.2 2.3 1.3) → (1.2 2.1 1.1)
σ7 (3.3 2.3 1.3) → (1.1 2.1 1.1)

(PZ, ○8) (1 2 3)
(1 2 2)

σ8 (3.1 2.1 1.1) → (2.1 2.1 1.1)
σ8 (3.1 2.1 1.2) → (2.1 2.1 1.2)
σ8 (3.1 2.1 1.3) → (2.1 2.1 1.2)
σ8 (3.1 2.2 1.2) → (2.1 2.2 1.2)
σ8 (3.1 2.2 1.3) → (2.1 2.2 1.2)
σ8 (3.1 2.3 1.3) → (2.1 2.2 1.2)
σ8 (3.2 2.2 1.2) → (2.2 2.2 1.2)
σ8 (3.2 2.2 1.3) → (2.2 2.2 1.2)
σ8 (3.2 2.3 1.3) → (2.2 2.2 1.2)
σ8 (3.3 2.3 1.3) → (2.2 2.2 1.2)

(PZ, ○9) (1 2 3)
(1 3 1)
σ9 (3.1 2.1 1.1) → (1.1 3.1 1.1)
σ9 (3.1 2.1 1.2) → (1.1 3.1 1.3)
σ9 (3.1 2.1 1.3) → (1.1 3.1 1.1)
σ9 (3.1 2.2 1.2) → (1.1 3.3 1.3)
σ9 (3.1 2.2 1.3) → (1.1 3.3 1.1)
σ9 (3.1 2.3 1.3) → (1.1 3.1 1.1)
σ9 (3.2 2.2 1.2) → (1.3 3.3 1.3)
σ9 (3.2 2.2 1.3) → (1.3 3.3 1.1)
σ9 (3.2 2.3 1.3) → (1.3 3.1 1.1)
σ9 (3.3 2.3 1.3) → (1.1 3.1 1.1)

(PZ, ○10) (1 2 3)
(1 3 3)
σ10 (3.1 2.1 1.1) → (3.1 3.1 1.1)
σ10 (3.1 2.1 1.2) → (3.1 3.1 1.3)
σ10 (3.1 2.1 1.3) → (3.1 3.1 1.3)
σ10 (3.1 2.2 1.2) → (3.1 3.3 1.3)
σ10 (3.1 2.2 1.3) → (3.1 3.3 1.3)
σ10 (3.1 2.3 1.3) → (3.1 3.3 1.3)
σ10 (3.2 2.2 1.2) → (3.3 3.3 1.3)

$\sigma 10$ (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.3 3.3 1.3)
$\sigma 10$(3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 3.3 1.3)
$\sigma 10$ (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 3.3 1.3)

(PZ, $\circ 11$) (1 2 3)
(2 1 1)

$\sigma 11$ (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.2 1.2 2.2)
$\sigma 11$ (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (1.2 1.2 2.1)
$\sigma 11$ (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (1.2 1.2 2.1)
$\sigma 11$ (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.2 1.1 2.1)
$\sigma 11$ (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.2 1.1 2.1)
$\sigma 11$ (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.2 1.1 2.1)
$\sigma 11$ (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.1 1.1 2.1)
$\sigma 11$ (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.1 1.1 2.1)
$\sigma 11$ (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 1.1 2.1)
$\sigma 11$ (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 1.1 2.1)

(PZ, $\circ 12$) (1 2 3)
(2 1 2)

$\sigma 12$ (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.2 1.2 2.2)
$\sigma 12$ (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.2 1.2 2.1)
$\sigma 12$ (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.2 1.2 2.2)
$\sigma 12$ (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.2 1.1 2.1)
$\sigma 12$ (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.2 1.1 2.2)
$\sigma 12$ (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 1.2 2.2)
$\sigma 12$ (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 1.1 2.1)
$\sigma 12$ (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.1 2.2)
$\sigma 12$ (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.2 2.2)
$\sigma 12$ (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 1.2 2.2)

(PZ, $\circ 13$) (1 2 3)
(2 2 1)

$\sigma 13$ (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.2 2.2 1.2)

σ13 (3.1 2.1 1.2) → (1.2 2.2 2.2)
σ13 (3.1 2.1 1.3) → (1.2 2.2 2.1)
σ13 (3.1 2.2 1.2) → (1.2 2.2 2.2)
σ13 (3.1 2.2 1.3) → (1.2 2.2 2.1)
σ13 (3.1 2.3 1.3) → (1.2 2.1 2.1)
σ13 (3.2 2.2 1.2) → (1.2 2.2 2.2)
σ13 (3.2 2.2 1.3) → (1.2 2.2 2.1)
σ13 (3.2 2.3 1.3) → (1.2 2.1 2.1)
σ13 (3.3 2.3 1.3) → (1.1 2.3 2.1)

(PZ, ○14) (1 2 3)
(2 2 2)
σ14 (3.1 2.1 1.1) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.1 2.1 1.2) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.1 2.1 1.3) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.1 2.2 1.2) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.1 2.2 1.3) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.1 2.3 1.3) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.2 2.2 1.2) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.2 2.2 1.3) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.2 2.3 1.3) → (2.2 2.2 2.2)
σ14 (3.3 2.3 1.3) → (2.2 2.2 2.2)

(PZ, ○15) (1 2 3)
(2 2 3)
σ15 (3.1 2.1 1.1) → (3.2 2.2 2.2)
σ15 (3.1 2.1 1.2) → (3.2 2.2 2.2)
σ15 (3.1 2.1 1.3) → (3.2 2.2 2.3)
σ15 (3.1 2.2 1.2) → (3.2 2.2 2.2)
σ15 (3.1 2.2 1.3) → (3.2 2.2 2.3)
σ15 (3.1 2.3 1.3) → (3.2 2.3 2.3)
σ15 (3.2 2.2 1.2) → (3.2 2.2 2.2)
σ15 (3.2 2.2 1.3) → (3.2 2.2 2.3)

σ15 (3.2 2.3 1.3) → (3.2 2.3 2.3)
σ15 (3.3 2.3 1.3) → (3.3 2.3 2.3)

(PZ, ○16) (1 2 3)
(2 3 2)
σ16 (3.1 2.1 1.1) → (2.2 3.2 2.2)
σ16 (3.1 2.1 1.2) → (2.2 3.2 2.3)
σ16 (3.1 2.1 1.3) → (2.2 3.2 2.2)
σ16 (3.1 2.2 1.2) → (2.2 3.3 2.3)
σ16 (3.1 2.2 1.3) → (2.2 3.3 2.2)
σ16 (3.1 2.3 1.3) → (2.2 3.2 2.2)
σ16 (3.2 2.2 1.2) → (2.3 3.3 2.3)
σ16 (3.2 2.2 1.3) → (2.3 3.3 2.2)
σ16 (3.2 2.3 1.3) → (2.3 3.2 2.2)
σ16 (3.3 2.3 1.3) → (2.2 3.2 2.2)

(PZ, ○17) (1 2 3)
(2 3 3)
σ17 (3.1 2.1 1.1) → (3.2 3.2 2.2)
σ17 (3.1 2.1 1.2) → (3.2 3.2 2.3)
σ17 (3.1 2.1 1.3) → (3.2 3.2 2.3)
σ17 (3.1 2.2 1.2) → (3.2 3.3 2.3)
σ17 (3.1 2.2 1.3) → (3.2 3.3 2.3)
σ17 (3.1 2.3 1.3) → (3.2 3.3 2.3)
σ17 (3.2 2.2 1.2) → (3.3 3.3 2.3)
σ17 (3.2 2.2 1.3) → (3.3 3.3 2.3)
σ17 (3.2 2.3 1.3) → (3.3 3.3 2.3)
σ17 (3.3 2.3 1.3) → (3.3 3.3 2.3)

(PZ, ○18) (1 2 3)
(3 1 1)
σ18 (3.1 2.1 1.1) → (1.3 1.3 3.3)
σ18 (3.1 2.1 1.2) → (1.3 1.3 3.1)

σ18 (3.1 2.1 1.3) → (1.3 1.3 3.1)
σ18 (3.1 2.2 1.2) → (1.3 1.1 3.1)
σ18 (3.1 2.2 1.3) → (1.3 1.1 3.1)
σ18 (3.1 2.3 1.3) → (1.3 1.3 3.1)
σ18 (3.2 2.2 1.2) → (1.1 1.1 3.1)
σ18 (3.2 2.2 1.3) → (1.1 1.1 3.1)
σ18 (3.2 2.3 1.3) → (1.1 1.1 3.1)
σ18 (3.3 2.3 1.3) → (1.1 1.1 3.1)

(PZ, ○19) (1 2 3)
(3 1 3)
σ19 (3.1 2.1 1.1) → (3.3 1.3 3.3)
σ19 (3.1 2.1 1.2) → (3.3 1.3 3.1)
σ19 (3.1 2.1 1.3) → (3.3 1.3 3.3)
σ19 (3.1 2.2 1.2) → (3.3 1.1 3.1)
σ19 (3.1 2.2 1.3) → (3.3 1.1 3.3)
σ19 (3.1 2.3 1.3) → (3.3 1.3 3.3)
σ19 (3.2 2.2 1.2) → (3.2 1.1 3.1)
σ19 (3.2 2.2 1.3) → (3.1 1.1 3.3)
σ19 (3.2 2.3 1.3) → (3.1 1.3 3.3)
σ19 (3.3 2.3 1.3) → (3.3 1.3 3.3)

(PZ, ○20) (1 2 3)
(3 2 2)
σ20 (3.1 2.1 1.1) → (2.3 2.3 3.3)
σ20 (3.1 2.1 1.2) → (2.3 2.3 3.2)
σ20 (3.1 2.1 1.3) → (2.3 2.3 3.2)
σ20 (3.1 2.2 1.2) → (2.3 2.2 3.2)
σ20 (3.1 2.2 1.3) → (2.3 2.2 3.2)
σ20 (3.1 2.3 1.3) → (2.3 2.2 3.2)
σ20 (3.2 2.2 1.2) → (2.2 2.2 3.2)
σ20 (3.2 2.2 1.3) → (2.2 2.2 3.2)
σ20 (3.2 2.3 1.3) → (2.2 2.2 3.2)

σ20 (3.3 2.3 1.3) → (2.2 2.2 3.2)

(PZ, ○21)   (1 2 3)
(3 2 3)

σ21 (3.1 2.1 1.1) → (3.3 2.3 3.3)
σ21 (3.1 2.1 1.2) → (3.3 2.3 3.2)
σ21 (3.1 2.1 1.3) → (3.3 2.3 3.3)
σ21 (3.1 2.2 1.2) → (3.3 2.2 3.2)
σ21 (3.1 2.2 1.3) → (3.3 2.2 3.3)
σ21 (3.1 2.3 1.3) → (3.3 2.3 3.3)
σ21 (3.2 2.2 1.2) → (3.2 2.2 3.2)
σ21 (3.2 2.2 1.3) → (3.2 2.2 3.3)
σ21(3.2 2.3 1.3) → (3.2 2.3 3.3)
σ21 (3.3 2.3 1.3) → (3.3 2.3 3.3)

(PZ, ○22)   (1 2 3)
(3 3 1)

σ22 (3.1 2.1 1.1) → (1.3 3.3 3.3)
σ22 (3.1 2.1 1.2) → (1.3 3.3 3.3)
σ22 (3.1 2.1 1.3) → (1.3 3.3 3.1)
σ22 (3.1 2.2 1.2) → (1.3 3.3 3.3)
σ22 (3.1 2.2 1.3) → (1.3 3.3 3.1)
σ22 (3.1 2.3 1.3) → (1.3 3.1 3.1)
σ22 (3.2 2.2 1.2) → (1.3 3.3 3.3)
σ22 (3.2 2.2 1.3) → (1.3 3.3 3.1)
σ22 (3.2 2.3 1.3) → (1.3 3.1 3.1)
σ22 (3.3 2.3 1.3) → (1.1 3.1 3.1)

(PZ, ○23)   (1 2 3)
(3 3 2)

σ23 (3.1 2.1 1.1) → (2.3 3.3 3.3)
σ23 (3.1 2.1 1.2) → (2.3 3.3 3.3)
σ23 (3.1 2.1 1.3) → (2.3 3.3 3.2)

σ23 (3.1 2.2 1.2) → (2.3 3.3 3.3)
σ23 (3.1 2.2 1.3) → (2.3 3.3 3.2)
σ23 (3.1 2.3 1.3) → (2.3 3.2 3.2)
σ23 (3.2 2.2 1.2) → (2.3 3.3 33)
σ23 (3.2 2.2 1.3) → (2.3 3.3 3.2)
σ23 (3.2 2.3 1.3) → (2.3 3.2 3.2)
σ23 (3.3 2.3 1.3) → (2.2 3.2 3.2)

(PZ, ○24) (1 2 3)
(3 3 3)

σ24 (3.1 2.1 1.1) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.1 2.1 1.2) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.1 2.1 1.3) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.1 2.2 1.2) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.1 2.2 1.3) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.1 2.3 1.3) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.2 2.2 1.2) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.2 2.2 1.3) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.2 2.3 1.3) → (3.3 2.3 1.3)
σ24 (3.3 2.3 1.3) → (3.3 2.3 1.3)

Bei allen (27-3 =) 24 nicht-kommutativen Gruppen ist somit die Anzahl semiotischer Werte gegenüber den Peirce-Benseschen Zeichenklassen reduziert, d.h. die Äquilibration zwischen triadischen und trichotomischen Werten ist aufgehoben (vgl. dazu Toth 2012). Dadurch verdanken sich konvers bzw. dual "aussehende" Relationspaare also dieser Wertereduktion, d.h. die Begriffe der Konversion und Dualität werden hier ad absurdum geführt. Allerdings stellt umgekehrt die Herstellung von Quasigruppen aus der Primzeichenrelation eine Hauptstrategie zur Erzeugung von abweichender Valenz zwischen n-adischen (T) und n-tomischen (t) Werten einer Relation dar, d.h. für die in Toth (2012) neben dem klassischen, d.h. Peirce-Benseschen Fall $T = t$ besprochenen Fällen $T > t$ und $T < t$.

Literatur

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Relationale Strukturen und Zahlenfolgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zahlenfolgen nicht-abelscher semiotischer Gruppen

1. Wie in Toth (2012a) dargestellt, wird bei nicht-kommutativen Gruppen bzw. Quasigruppen die Identität von Konversen und Dualia, d.h.

$(a.b)^\circ = \times(a.b) = (b.a)$

entweder deswegen aufgehoben, weil durch Aufhebung der gruppentheoretischen Kommutativität die paarweise Verschiedenheit der semiotischen Werte in der triadischen Struktur der Zeichenklasse (1.a 2.b 3.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3} aufgehoben ist, oder einfach deswegen, weil durch die dadurch bedingte Reduktion der semiotischen Werte der Codomänen der nicht-abelschen Operatoren Disäquilibranz zwischen n-adischen und n-tomischen (z.B. triadischen und trichotomischen) Werten eintritt. Erhält man also im kommutativen Fall für die Elemente der Menge der Primzeichen PZ = {1, 2, 3} die 6 Permutationen

$\wp(PZ) = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 1, 3), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$,

so erhält man im nicht-kommutativen Fall die folgenden 24 Transpositionen:

(1, 1, 1)	(2, 1, 1)	(3, 1, 1)
(1, 1, 2)	(2, 1, 2)	(3, 1, 2)
(1, 1, 3)	(2, 1, 3)	(3, 1, 3)
(1, 2, 1)	(2, 2, 1)	(3, 2, 1)
(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(3, 2, 2)
(1, 2, 3)	(2, 2, 3)	(3, 2, 3)
(1, 3, 1)	(2, 3, 1)	(3, 3, 1)
(1, 3, 2)	(2, 3, 2)	(3, 3, 2).
(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	(3, 3, 3).

2. Die bereits erwähnte Wertereduktion bzw. Aufhebung der paarweisen Verschiedenheit der semiotischen Werte betrifft also die gruppentheoretischen Transformationen

$(1, 2, 3) \rightarrow (1, 1, 1)$

$(1, 2, 3) \rightarrow (1, 1, 2)$

$(1, 2, 3) \rightarrow (1, 1, 3)$, usw.

Wenn nun von der in Toth (2012b) behandelten vollständigen triadisch-trichotomischen semiotischen Zahlenfolge

F = (1, 1, 2, 1, 2, 3),

die auf Benses Definition der Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53)

$ZR3 = (1, ((1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

beruht, sowie ihren relationen Strukturvarianten

(1, 1, 2, 1, 2, 3)

(1, 1, 2, 3, 1, 2)

(1, 2, 1, 1, 2, 3)

(1, 2, 1, 2, 3, 1)

(1, 2, 3, 1, 1, 2)

(1, 2, 3, 1, 2, 1)

ausgehen, dann muß klar sein, daß die Reduktion der semiotischen Werte durch den Übergang von kommutativen zu nicht-kommutativen Gruppen und die damit einhergehende Ermöglichung der Valenzvariation zwischen n-aden (T) und n-tomien (t), d.h. vn $T < t$, $T > t$ neben dem Peirce-Benseschen einzigen Fall $T = t$ (vgl. Toth 2012b) ja nichts an den Inklusionsverhältnissen der Partialrelationen vollständiger Zeichenrelationen ändert, sondern im Gegenteil wurde in Toth (2012c) sogar gezeigt, daß Selbstähnlichkeit von Teilfolgen von Zahlenfolgen gerade ein mindestens hinlängliches Kriterium für die Interpretation solcher Folgen als Zeichenfolgen ist. In anderen Worten: Die obigen 6 Strukturvariationen lassen sich natürlich auch auf die nicht-kommutativen, d.h. fraktalen semiotischen Zahlenfolgen übertragen, und wir erhalten aus den 24 Permutationen der nicht-abelschen Wertstrukturen die folgenden semiotischen Zahlenfolgen für $T > t$ sowie $T < t$:

1. (1, 1, 1)

F1 = (1, 1, 1, 1, 1, 1)

2. (1, 1, 2)

F2 = (1, 1, 1, 1, 1, 2)

3. (1, 1, 3)

F3 = (1, 1, 1, 1, 1, 3)

4. (1, 2, 1)

F4 = (1, 1, 2, 1, 2, 1)

5. (1, 2, 2)

F5 = (1, 1, 2, 1, 2, 2)

6. (1, 2, 3)

Dieser Fall koinzidiert mit den 3 möglichen semiotischen Gruppen; vgl. bes. Toth (2009).

7. (1, 3, 1)
F7 = (1, 1, 3, 1, 3, 1)
8. (1, 3, 2)
F8 = (1, 1, 3, 1, 3, 2)
9. (2, 1, 1)
F9 = (2, 2, 1, 2, 1, 1)
10. (2, 1, 2)
F10 = (2, 2, 1, 2, 1, 2)
11. (2, 1, 3)
F11 = (2, 2, 1, 2, 1, 3)
12. (2, 2, 1)
F12 = (2, 2, 2, 2, 2, 1)
13. (2, 2, 2)
F13 = (2, 2, 2, 2, 2, 2)
14. (2, 2, 3)
F14 = (2, 2, 2, 2, 2, 3)
15. (2, 3, 1)
F15 = (2, 2, 3, 2, 3, 1)
16. (2, 3, 2)
F16 = (2, 2, 3, 2, 3, 2)
17. (3, 1, 1)
F17 = (3, 3, 1, 3, 1, 1)
18. (3, 1, 2)
F18 = (3, 3, 1, 3, 1, 2)
19. (3, 1, 3)
F19 = (3, 3, 1, 3, 1, 3)
20. (3, 2, 1)
F20 = (3, 3, 2, 3, 2, 1)
21. (3, 2, 2)
F21 = (3, 3, 2, 3, 2, 2)
22. (3, 2, 3)
F22 = (3, 3, 2, 3, 2, 3)

23. (3, 3, 1)

F23 = (3, 3, 3, 3, 3, 1)

24. (3, 3, 2)

F24 = (3, 3, 3, 3, 3, 2)

Alle diese 24 fraktalen Folgen können nun natürlich auf je mehrere Arten in partiell-fraktale Folgen abgewandelt auftreten; vgl. Toth (2012d).

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Inversen- und Dualia-Bildung bei nicht-kommutativen Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Variationen semiotischer Systemstrukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Strukturen und Zahlenfolgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Partiell selbstähnliche Zeichenzahlen-Folgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Lateinische Quadrate kommutativer und nicht-kommutativer semiotischer Zahlenfolgen

1. Die drei über der Menge von Primzeichen PZ = {1, 2, 3} möglichen semiotischen Gruppen mit den zugehörigen Strukturen

1. Gruppe (PZ, $\circ$1)	2. Gruppe (PZ, $\circ$2)	3. Gruppe (PZ, $\circ$3)
$2 \leftrightarrow 3$	$1 \leftrightarrow 3$	$1 \leftrightarrow 2$
1 = const.	2 = const.	3 = const.

erlauben, da jeder semiotische Wert mit genau einem ausgetauscht wird und daher in der zugehörigen triadischen Zeichenrelation

ZR = (a.b, c.d, e.f)

a, c und e paarweise verschieden sind, genau 6 Permutationen der triadischen Werte:

$\wp$(PZ) = {(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 1, 3), (3, 1, 2), (3, 2, 1)},

2. Geht man hingegen von den 24 möglichen nicht-kommutativen Quasigruppen über der triadischen Zeichenrelation aus, so erhält man im nicht-kommutativen Fall die folgenden 24 Permutationen:

(1, 1, 1)	(2, 1, 1)	(3, 1, 1)
(1, 1, 2)	(2, 1, 2)	(3, 1, 2)
(1, 1, 3)	(2, 1, 3)	(3, 1, 3)
(1, 2, 1)	(2, 2, 1)	(3, 2, 1)
(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(3, 2, 2)
(1, 2, 3)	(2, 2, 3)	(3, 2, 3)

(1, 3, 1) (2, 3, 1) (3, 3, 1)

(1, 3, 2) (2, 3, 2) (3, 3, 2).

(1, 3, 3) (2, 3, 3) (3, 3, 3).

3. Alle 24 möglichen Permutationen einer triadischen Relation (diejenigen der Gruppen sind, wie man sieht, in denjenigen der Quasigruppen eingeschlossen) kann man nun mit Hilfe von 12 lateinischen Quadraten so darstellen, daß je 2 von Ihnen entweder die gleiche Haupt- oder die gleiche Nebendiagonale haben und die 12 Quadrate in eine Gruppe mit identischer Haupt- und in eine Gruppe mit identischer Nebendiagonale zerfallen (diese für Mathematiker alles andere als besonderen Tatsachen dürften für die Semiotik dennoch von Interesse sein, vgl. Toth 2009):

3.1. Lateinische Quadrate mit identischer Hauptdiagonale

○1	1	2	3
1	2	3	1
2	3	1	2
3	1	2	3

○2	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

○3	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

○4	1	2	3
1	3	2	1
2	2	1	3
3	1	3	2

○5	1	2	3
1	1	3	2
2	3	2	1
3	2	1	3

○6	1	2	3
1	2	1	3
2	1	3	2
3	3	2	1

3.2. Lateinische Quadrate mit identischer Nebendiagonale

○7	1	2	3
1	3	1	2
2	2	3	1
3	1	2	3

○8	1	2	3
1	3	2	1
2	1	3	2
3	2	1	3

○9	1	2	3
1	2	1	3
2	3	2	1
3	1	3	2

○10	1	2	3
1	2	3	1
2	1	2	3
3	3	1	2

○11	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

○12	1	2	3
1	1	3	2
2	2	1	3
3	3	2	1

Wie man ebenfalls sogleich erkennt, sind nur die Quadrate bzw. gruppentheoretischen Tafeln der Operatoren $\circ 1$ bis $\circ 6$ kommutativ, während die Tafeln der Operatoren $\circ 7$ bis $\circ 12$ nicht-kommutativ sind, denn z.B. haben wir dort $2 \circ 1\ 1 = 1 \circ 1\ 2 = 3$, jedoch haben wir $(2 \circ 7\ 1 = 2) \neq (1 \circ 7\ 2 = 1)$.

Würde nun jemand versuchen, ein lateinisches Quadrat aus PZ so zu konstruieren, daß sowohl die Haupt- als auch die Nebendiagonale nicht-identisch sind, indem er die Regel der paarweisen Verschiedenheit der Matrixeinträge aufhebt, vgl. z.B.

1	1	3		1	2	3		3	2	2
2	3	2		3	2	1		1	1	2
1	2	2		1	3	1		2	3	3,

dann lägen allerdings keine Quasigruppen mehr vor, sondern nur noch Gruppoide. Diese sind jedoch für die Semiotik wohl bedeutungslos, da die letzte aufgehobene Limitationsregel, welche aus allgemeinen Relationen die angeblich für den Zeichenbegriff relevanten Teilklassen herausfiltert (vgl. Toth 2012a), nämlich die Auflösung der bereits von Peirce geforderten gleichen Valenz von n-aden und n-tomien, bereits von den semiotischen Quasigruppen repräsentiert wird (vgl. Toth a, b).

Literatur

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Inversen- und Dualia-Bildung bei nicht-kommutativen Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zahlenfolgen nicht-abelscher semiotischer Gruppen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Gibt es weitere semiotische Zahlenfolgen?

1. In Toth (2012a) wurde dargelegt, daß die Eigenschaft einer arithmetischen Zahlenfolge, fraktal zu sein, ein hinreichender Grund dafür ist, sie als Kandidaten für eine semiotische Zahlenfolge zu betrachten (vgl. Toth 2012b, c). Die der Benseschen relationalen Zeichendefinition (1979, S. 53)

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

entsprechende Zahlenfolge ist

F1 = (1, 1, 2, 1, 2, 3). Hebt man den Unterschied zwischen semiosischer und retrosemioscher Ordnung von Zeichenrelationen zugunsten von Paaren zueinander konverser Relationen auf, so bekommt man ferner die semiotischen Zahlenfolgen

F2 = (1, 1, 2, 3, 1, 2)
F3 = (1, 2, 1, 1, 2, 3)
F4 = (1, 2, 1, 2, 3, 1)
F5 = (1, 2, 3, 1, 1, 2)
F6 = (1, 2, 3, 1, 2, 1),

die natürlichen den 6 möglichen Permutationen der Zeichenrelation $\wp$(M, O, I) = {(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, M, O), (I, O, M)} entsprechen, von denen einige bereits von Bense ermittelt wurden (z.B. Kommunikations- und Kreationsschemata).

2. Hebt man außerdem die Forderung, daß eine n-adische semiotische Relation stets auf n-tomisch sein müsse auf (d.h., verlangt man, daß semiotische Matrizen immer quadratisch sind), so bekommt man 24 weitere semiotische Zahlenfolgen, die den 24 Transformationen bei den semiotischen nicht-kommutativen Quasigruppen (vgl. Toth 2009) entsprechen:

F1 = (1, 1, 1, 1, 1, 1)
F2 = (1, 1, 1, 1, 1, 2)
F3 = (1, 1, 1, 1, 1, 3)
F4 = (1, 1, 2, 1, 2, 1)
F5 = (1, 1, 2, 1, 2, 2)
F6 = (1, 1, 2, 1, 2, 3) (id. mit F1)
F7 = (1, 1, 3, 1, 3, 1)
F8 = (1, 1, 3, 1, 3, 2)

F9 = (2, 2, 1, 2, 1, 1)
F10 = (2, 2, 1, 2, 1, 2)
F11 = (2, 2, 1, 2, 1, 3)
F12 = (2, 2, 2, 2, 2, 1)
F13 = (2, 2, 2, 2, 2, 2)
F14 = (2, 2, 2, 2, 2, 3)
F15 = (2, 2, 3, 2, 3, 1)
F16 = (2, 2, 3, 2, 3, 2)
F17 = (3, 3, 1, 3, 1, 1)
F18 = (3, 3, 1, 3, 1, 2)
F19 = (3, 3, 1, 3, 1, 3)
F20 = (3, 3, 2, 3, 2, 1)
F21 = (3, 3, 2, 3, 2, 2)
F22 = (3, 3, 2, 3, 2, 3)
F23 = (3, 3, 3, 3, 3, 1)
F24 = (3, 3, 3, 3, 3, 2)

Alle diese 24 fraktalen Folgen kann man natürlich wiederum permutieren. Ferner können alle total 30 semiotischen Zahlenfolgen noch auf mehrere Arten in partiell-fraktale Folgen abgewandelt werden.

3. Eine weitere Beschränkung stellt die in Toth (2012d) behandelte und auf Walther (1979, S. 79) zurückgehende Forderung auf, daß triadische Relationen immer durch Konkatenation von Dyaden darstellbar seien. Z.B. ist (3.1 2.1 1.3) = (3.1 2.1) o (2.1 1.3), usw. und daß Dyaden daher die Form (a.b) mit a, b ∈ {1, 2, 3} haben müssen. Theoretisch kann man sich jedoch semiotische Dyaden auch in der allgemeinen Form

G = (A1, A2, A3, ..., An).(b1, b2, b3, ..., bm)

mit Ai ∈ n-aden und b1 ∈ n-tomien vorstellen, wobei m = n die valentielle Äquivalenz von n-aden und n-tomien meint, wie sie bei Peirce für den Fall m = n = 3 ja sanktioniert ist (s.o.), da es ja z.B. weder triadische Tetratomien noch tetradische Trichotomien, usw. gibt. Solche Gebilde wie G könnten also dadurch konkateniert werden, indem beliebige Ai mit beliebigen bj kombiniert werden, wobei i = j wiederum nur im Falle der n-adisch-m-tomischen Äquivalenz eintritt, d.h. man könnte z.B. tetradische mit dichotomischen Relationen zu höheren Relationen zusammensetzen, wobei die nicht-äquivalente Stelligkeit der so zusammengesetzten Relationen umso weniger stört, als ja z.B. bereits bei Bense eine Erstheit mit einer Drittheit (1.3) oder eine Drittheit mit einer Erstheit (3.1) kombiniert werden kann.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Zahlenfolgen nicht-abelscher semiotischer Gruppen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Strukturen und Zahlenfolgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Inversen- und Dualia-Bildung bei nicht-kommutativen Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Walthers Vereinigung von Dyaden als Robertson-Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Objektvalenz

1. Unter Objektvalenz (vgl. Toth 2013) verstehen wir die einem Objekt inhärenten Möglichkeiten, sich mit einem oder mehreren Objekten, von denen mindestens eines als Trägerobjekt fungiert, innerhalb eines n-tupels gerichteter Objekte zu verbinden. Im Gegensatz zu einigen Zeichen (z.B. Verben als sprachlichen Zeichen) ist also die Valenz eines Objektes ($V\Omega$) in der Regel nicht eindeutig. Z.B. kann man Bilder an Wände hängen, auf Tische stellen, in Bücher einkleben usw. Ferner betrchten wir ja gemäß Toth (2012a-c) grundsätzlich Paare gerichteter Objekte, da kein Objekt im Vakuum erscheint. Das bedeutet aber, daß für jedes Objekt jeweils nicht nur das gerichtete Objekt selbst, sondern auch das richtende Objekt im Hinblick auf dessen Valenz bestimmt werden muss. Wie man leicht errät, stimmen dabei die Valenzen von gerichtetem und richtendem Objekt innerhalb jedes n-tupels gerichteter Objekte meistens nicht überein. Z.B. hat eine Wand, sofern sie sich innerhalb eines Gebäudes befindet, fast immer die Valenz $V\Omega = 3$ (wegen der Dreidimensionalität unseres Anschauungsraumes), aber ein Bild, das an diese Wand gehängt wird, hat die Valenz $V\Omega = 1$. Schließlich gibt es bekanntlich Objekte, die aus inärenten Gründen als Tupel (Paare, Tripel ...) auftreten wie z.B. Schlüssel und Schloß, Fenster und Wand, Gabel, Löffel und Messer, usw. Auch für diese Fälle gilt selbstverständlich, daß die Valenzen der in iconischem Abbildungsverhältnis stehenden gerichteten und richtenden Objekte nicht notwendig dieselbe Valenz haben müssen. Zum Schluß muß noch – im Vorblick auf künftige Arbeiten – betont werden, daß Objektvalenz und Referenz, wie sie im Zusammenhang mit Objekten z.B. bei den von Bense (1973, S. 74 f.) eingeführten semiotischen Objekten auftritt, nichts miteinander zu tun haben. Z.B. verweist ein Wirtshausschild zwar auf ein bestimmtes Wirtshaus (Referenz), aber das Schild kann in alle drei objekttheoretischen Lagerelationen zu seinem Referenzobjekt treten, d.h. nicht nur adessiv und exessiv, sondern auch inessiv, und im letzteren Falle ist es natürlich nur via Objektreferenz, aber nicht via Objektvalenz mit dem Wirtshaus verbunden.

2.1. $V\Omega = 1$

Langstr. 138, 8004 Zürich

2.2. $V\Omega = 2$

Zollikerstr. 147, 8008 Zürich

2.3. $V\Omega = 3$

Oberdorfstr. 15, 8001 Zürich

2.4. $V\Omega = 4$

Ottikerstr. 34, 8006 Zürich

Höhere als 4-wertige Objektvalenzen treten selbstverständlich nur bei Gruppen von Objekten auf, die entweder intrinsisch (d.h. via Objekticonismus) oder extrinsisch (z.B. bei Küchengeräten, Toilettenmöbeln u.ä.) miteinander verbunden sind.

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Zur Typologie der Podeste. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Objektvalenz und Objektreferenz

1. Wie bereits in Toth (2013) definiert, verstehen wir unter Objektvalenz die einem Objekt inhärenten Möglichkeiten, sich mit einem oder mehreren Objekten, von denen mindestens eines als Trägerobjekt fungiert, innerhalb eines n-tupels gerichteter Objekte zu verbinden. Während sich also der Begriff der Valenz von Objekten auf irgendwelche Objekte beziehen kann, referiert der Begriff der Referenz von Objekten auf die von Bense (1973, S. 70 f.) eingeführten semiotischen Objekte, d.h. auf künstliche, als Zeichenträger eingeführte Objekte. Daraus folgt, daß ferner zwischen Objektträger und Zeichenträger zu unterscheiden ist, zumal beide auch bei semiotischen Objekten keineswegs zusammenzufallen brauchen. Während die Objektreferenz semiotischer Objekte in der Regel eindeutig ist, ist die Objektvalenz sowohl semiotischer als auch nichtsemiotischer Objekte grundsätzlich mehrdeutig. Im folgenden wird exemplarisch ein besonders schönes Beispiel zur Klärung der beiden Begriffe behandelt:

Ehem. Rest. Rössli, Friesstr. 24, 8050 Zürich

Die drei behandelten semiotischen Objekte sind durch rote Pfeile markiert. Es handelt sich Uhrzeigersinn um das Wirtshausschild W, die Döner-Figur F und das Brauereischild B.

2.1. Objektträger (OT)

$OT(W)$ = Anbaudach (einer ehem. Tankstelle) (D)
$OT(F)$ = Anbaudach (einer ehem. Tankstelle) (D)
$OT(B)$ = Haus (mit Rest. $\subset$ Haus) ($R \subset H$)
d.h. es ist $OT(W) = OT(F)$.

2.2. Objektreferenz (OR)

$OR(W) = OT(F) = OT(B) =$ (Rest. $\subset$ Haus).

2.3. Objektvalenz (OV)

$OV(W) = OV(F) = OV(B) = 1$.
Zusätzlich gilt für das Dach, da es nicht nur mit dem Haus, sondern durch Stützen auch mit dem Grund verbunden ist
$OV(D) = 2$.
Da W und F am Anbaudach und B am Haus befestigt sind, gilt somit
$W \subset D \subset H \supset R$
$F \subset D \subset H \supset R$
$B \subset D \subset H \supset R$,
so daß also das Haus relativ für W und F als mittelbarer und für B als unmittelbarer Objektträger fungiert.

2.4. Zeichenträger

Selbstverständlich sind W, F und B, d.h. die Objekte selbst, (unmittelbare) Zeichenträger für Zeichen, deren Referenzobjekt natürlich $R \subset H$ ist. Während im Falle von W und B Zeichen und Zeichenträger voneinander detachierbar sind und somit Zeichenobjekte vorliegen, stehen im Falle von F Zeichen und Zeichenträger in "symphysischer" Relation, d.h. es handelt sich um ein Objektzeichen, und dieses fungiert in Relation zum Referenobjekt dieses semiotischen Objektes als Ostensiv (vgl. Toth 2012).

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Objektvalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Ontische Thetarollen

1. In der metasemiotischen Disziplin der Linguistik entsprechen sich thematische Rollen und Argumente der Prädikatsstruktur von Sätzen eindeutig (vgl. von Stechow/Sternefeld 1988, S. 257). Die in Toth (2014a) für Systeme in die allgemeine Objekttheorie (vgl. Toth 2012, 2013, 2014b) eingeführten ontichen Valenzstrukturen werden im folgenden anhand von Objekten, und zwar auf der Basis der Abbildung von Stühlen auf Tische, aufgezeigt.

2.1. $O^2 = [T^n, S^1]$, $Tn = \emptyset$

In den Klostermatten 34, 4052 Basel

2.2. $O^2 = [T^n, S^1]$, $S^1 = \emptyset$

Baslerstr. 121, 8048 Zürich

2.3. $O^2 = [T^2, S^2]$, m = n (Balanciertheit)

Fischerweg 7, 4058 Basel

2.4. $O^2 = [T^2, S^3]$ m > n (Überbalanciertheit)

Beckenhofstr. 48, 8006 Zürich

2.5. O2 = [T4, S2] m < n (Unterbalanciertheit)

Wildbachstr. 20, 8008 Zürich

2.6. $O^2 = [T^4, S^4]$ m = n (Balanciertheit)

Weggengasse 6, 8001 Zürich

2.7. $O^2 = [T^4, S^3]$ m < n (Unterbalanciertheit)

Krähbühlstr. 61, 8044 Zürich

2.8. $O^2 = [T^6, S^6]$ m = n (Balanciertheit)

Rückgasse 10, 8008 Zürich

2.9. $O^2 = [T^8, S^8]$ m = n (Balanciertheit)

Gartenhofstr. 6, 8004 Zürich

2.10. Sonderfälle

2.10.1. Menge ontischer Thetarollen von $[T^n] = [3, 6]$

Himmeristr. o.N., 8052 Zürich

2.10.2. 2-sortigkeit der Domänenelemente der Abbildung

Obere Berneggstr. 74, 9012 St. Gallen

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

Toth, Alfred, Systemische Thetarollen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Objektstellung I-XXXVI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Logische, semiotische und ontische Valenz

1. Logische Valenz ist ein Begriff der Prädikatenlogik und betrifft die Anzahl von Argumenten, welchen eine Beschaffenheit zugeordnet wird (vgl. dazu Menne 1992, S. 90 ff.). Zur Formalisierung eines Satzes wie "Hans ist krank" reicht also der monadische Prädikatenkalkül aus, während für einen Satz wie "Hans schlägt Fritz" der zweistellige und für einen Satz wie "Hans schenkt Anna Blumen" der triadische Prädikatenkalkül benötigt wird. Formallogische Definitionen seien hier absichtlich weggelassen, hingegen sei auf eine Absonderlichkeit hingewiesen, die vermutlich nicht allzu vielen Logikern aufgefallen sein dürfte: Die Tatsache nämlich, daß Sätze mit mehr-stelligen Valenzen im Grunde der klassischen aristotelischen Logik widersprechen, da diese ja nur über eine Objektposition sowe über eine Subjektposition verfügt, die zudem mit der Ich-Subjektivität identiziert wird. Kein Problem stellen daher die Verbvalenzen innerhalb der Linguistik dar, denn dort wird ja zwischen Ich-, Du, Er ... –Subjekten unterschieden. So hat in den obigen Sätzen "krank sein" die Valenz $V = 1$, "schlagen" die Valenz $V = 2$ und "schenken" die Valenz $V = 3$. Beispiele für $V > 3$ sind selten, und die Beispiele sind meistens auf "liegen zwischen" beschränkt (z.B. Zürich liegt zwischen St. Gallen, Winterthur und Aarau).

2. Eine interessantere Rolle spielt die Valenz innerhalb der Peirce-Bense-Semiotik, da die triadische Zeichenrelation nach Bense (1979, S. 53, 67) als selbstenthaltende Menge definiert wird

$Z3 = (R1 \subset (R2 \subset R3))$,

wobei R1 Erstheit oder Mittelbezug, R2 Zweitheit oder Objektbezug, und R3 Drittheit oder Interpretantenbezug genannt wird. In Valenzschreibweise haben wir also

$V(1) = 1$

$V(2) = 2$

$V(3) = 3.$

Dennoch, oder besser gesagt: im Widerspruch dazu werden in der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix die Matrixeinträge durch kartesische Produkte wie folgt gebildet

$1 \times 1 = <1.1>$

$1 \times 2 = <1.2>$

$1 \times 3 = <1.3>$, usw.,

d.h. da $V(1) = 1$ ist, dürften Subrelationen wie (1.2) und (1.3) im Gegensatz zu ihren dualen Subrelationen (2.1) und (3.1) gar nicht existieren. "Gesättigte" Valenzen weisen somit nur die sog. genuinen Subrelationen (1.1), (2.2) und (3.3) auf. Subrelationen wie (1.2) und (1.3) sind "übersättigt", und solche wie (2.1) und (3.1) sind "untersättigt". Man kann diese semiotischen Nicht-Sättigungen durch dt. Nonsens-Sätze wie *Hans schlägt (Untersättigung) oder *Hans schlägt Fritz einen Hieb (Übersättigung) illustrieren.

3. Eine nicht weniger interessante Rolle als in der Semiotik spielen Valenzen und ihre assoziierten Sättigungsgrade innerhalb der Ontik. Am einfachsten sind Beispiele bei n-tupeln thematisch zusammengehöriger Objekte zu finden wie z.B. bei Objektgruppen, bestehend aus Tisch und Stühlen.

3.1. Ontische Sättigung

Niederdorfstr. 63, 8001 Zürich

3.2. Ontische Untersättigung

Bellariarain 6, 8038 Zürich

3.3. Ontische Übersättigung

Im Eisernen Zeit o.N., 8057 Zürich

Wo keine Objektgruppen vorgegeben sind, sind klare Fälle weit weniger leicht zu finden. Soeben erhalte ich jedoch das folgende Beispiel, das einen der seltenen unzweideutigen Fälle bei Menus darstellt:

Dienstag, 16. September 2014

Budget - Teller

Wurstsalat
Pommes Frites
Fr. 14.40
inkl. Menu – Salat
Fr. 16.20

Rest. Jägerstübli, Hauptstr. 112, 4102 Binningen

Ein "Wurstsalat" ist weder ein Salat mit Wurst noch eine Wurst mit Salat, sondern eine nach Art eines Salates zubereitete, aufgeschnittene Wurst. Wird diese mit Salat serviert, so heißt die deutsche metasemiotische Beschreibung daher nicht etwa *Wurstsalat mit Salat, sondern: Wurstsalat garniert. In der Annahme, daß es sich beim Wurstsalat im obigen Menu um einen garnierten handelt, ist das Menu also relativ zum Salat ontisch übersättigt. (Die bekannteren Fälle, wo neben Gemüse auch Salat, neben Suppe auch Jus usw. serviert wird, sind keine klaren Fälle ontischer Übersättigung.)

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1992

Restriktionen von Namen-Abbildungen

1. Daß Namen sich stärker wie Objekte als wie Zeichen verhalten, wurde in einer längeren Reihe von Aufsätze, v.a. in Toth (2014a, b), aufgezeigt. Dabei wurde allerdings die logische Funktion von Namen als Identifikatoren nur am Rande berücksichtigt, weil sie sowohl für die Ontik als auch für die Semiotik nur eingeschränkt relevant ist.

2. Die meisten Personennamen sind 2- oder 3-teilig, wobei in Europa und in den USA der Vorname das benannte Subjekt und der Familienname die Eltern des benannten Subjektes (sowie allenfalls weitere verwandte Subjekte) benennen

(1) Max Bense

(2) Claus Theo Gärtner

Selbst bei n-teiligen Namen mit $n > 3$ wird die Differenz zwischen der Benennung eines Subjektes und einer Menge von Subjekten nicht aufgehoben, vgl.

(3) Franceso Ermenegildo Ezechiele Cavaliere Suppe Demelli,

wo wegen der Struktur der indogermanischen Namen die Grenze zwischen Vor- und Nachnamen zwischen Ezechiele und Cavaliere verläuft, ja es ist sogar erkenntlich, daß die letzteren drei Teilnamen eine weitere Partition in Titel (vgl. Toth 2014c) und Familiennamen zuläßt. Dasselbe gilt für Adelsprädikate

(4) Louis de Funès,

wo eine Namendifferenzierung in *Louis de / Funès sogleich als falsch erkenntlich ist.

3. Eigentümlicherweise gibt es jedoch titellose Namen, die 1-stellig oder fakultativ 2-stellig sein können

(5) Coluche (Michele Colucci), Bourvil (André Robert Raimbourg)

(6) Miou-Miou (Sylvette Herry)

(7) (Marcel) Dalio (Israel Mosche Blauschild), (Claude) Brasseur (Claude Espinasse)

Hier wird bei der Benennungsabbildung

$\nu: \quad N \rightarrow \Sigma$,

die Form der Domäne (Vor- und Familienname)

$N = [V, F]$

als 2-stelliger Relation

$N = [x, y]$

entweder zu

$N = [x]$

oder zu

$N = [x, (y)]$

reduziert. Damit hat es sich jedoch nicht, denn alle Beispiele, welche auftreten, sind Pseudonyme, d.h. dieser Reduktion geht eine Namen-Substitution der Form

$\sigma: N1[\Sigma] \rightarrow N2[\Sigma]$

voraus, und die Valenzreduktion betrifft also die Codomäne und nicht die Domäne der Abbildung σ. Noch auffälliger ist jedoch, daß diese relationale Stelligkeitsreduktion thematisch von den Berufen abhängig ist, welche die benannten Subjekte ausüben, d.h. neben Schauspielern vor allem Makeupisten und daß darüber hinaus der mutmaßlich weitaus größte Teil dieser Namen auf die französische Sprache restringiert ist.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arbitrarität von Namen I-IX. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Zur Nicht-Arbitrarität von Namen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Objektvalenz

1. Bekanntlich sind konvertible (duale) Komposita (vgl. Toth 2015) im Deutschen selten, vgl.

×(Fensterglas) = Glasfenster,

aber

×(Fensterrahmen) = *Rahmenfenster.

Der Grund für die Ungrammatizität von *Rahmenfenster liegt also nicht primär darin, daß dieses Wort nicht existiert, d.h. eine metasemiotische Verletzung vorliegt, sondern darin, daß es kein Objekt gibt, welches durch das Wort *Rahmenfenster bezeichnet wird. Hingegen betrachte die folgende Quasi-Dualrelation

×Milchtopf = Topf Milch,

in der "Milchtopf" ein Randobjekt (vgl. Toth 2015) bezeichnet, das künstlich als Behältnis für Milch (und nicht für andere Füllungen der durch das Randobjekt definierten Privativität) hergestellt wurde. "Topf Milch" ist hier eine elliptische Bezeichnung für "Topf voll Milch", also eine partititve Relation zwischen dem Randobjekt und der Substanz, welche die Privativität auffüllt.

2. Wir nennen solche Relationen zwischen Randobjekten, welche Privativität definieren, und der Substanz, welche die letztere auffüllen, Objektvalenz. Während das Deutsche nur 2- und 1-stellige Objektvalenzen kennt, unterscheidet das Französische 3-, 2- und 1-stellige.

2.1. 3-stellige Objektvalenz

Der dt. Dualrelation zwischen Milchtopf und Topf (voll) Milch entspricht im Franz. eine Trialrelation zwischen pot à lait, pot au lait und pot de lait.

2.1.1. pot à lait "Milchtopf"

2.1.2. pot au lait "Topf mit Milch"

2.1.3. pot de lait "Topf Milch"

2.2. 2-stellige Objektvalenz

Der dt. Dualrelation zwischen Weinglas und Glas Wein korrespondiert im Franz. ebenfalls eine Dualrelation, und zwar zwischen verra à vin und verre de vin.

2.2.1. verre à vin "Weinglas"

2.2.2. verre de vin "Glas Wein"

2.3. 1-stellige Objektvalenz

Obwohl es natürlich wie im Dt., so auch im Franz. die Dualrelation zwischen Joghurtbecher und Becher Joghurt gibt, so liegt hier im Unterschied zu Milchtöpfen und Weingläsern die ontische Besonderheit darin, daß Joghurtbecher immer nur gefüllt, also nie als reine privative Randobjekte auftreten, so daß eine Differenzierung zwischen pot à yaourt und pot de yaourt entfällt. Merkwürdigerweise übernimmt nun aber die partititive Relation die Rolle der determinativen, insofern "Joghurtbecher" nicht etwa durch *pot à yaourt (oder evtl. durch *pot au yaourt), sondern durch pot de yaourt bezeichnet wird.

(0-stellige Objektvalenzen sind somit auf Nicht-Randobjekte restringiert.)

Literatur

Toth, Alfred, Determinativkomposita und objektfunktionale Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ontische Valenzreduktion

1. Valenz ist i.a. nur aus der Linguistik bzw. aus linguistischen Beispielen zur angewandten Logik bekannt, vgl. etwa die valenzbedingte Ungrammatizität der folgenden dt. Beispiele.

1.1. Valenztheoretische Untersättigung

*Er gibt.

*Er gibt ihr.

* Er gibt einen Brief.

1.2. Valenztheoretische Sättigung

Er gibt ihr einen Brief.

1.3. Valenztheoretische Übersättigung

*Er sie gibt.

*Er gibt dir ihr.

*Er gibt einen Brief ein Buch.

2. Im folgenden seien ontische Valenzreduktionen untersucht. Beispiele dafür finden sich bereits aus der Anfangszeit der Objekttheorie (vgl. zuletzt Toth 2013). Wie es scheint, gibt es nur zwei ontisch invariante Verfahren für Valenzreduktion: Adessivität (bzw. Adessivierung) und Biadessivität (bzw. Biadessivierung). Inessivität scheidet aus bzw. ist dás Mittel zur Valenzerhaltung bzw. der Konversion valenzreduzierter Objekte, und im Falle von Valenzreduktion scheinen Adessivität bzw. Biadessivität und Exessivität neutralisiert zu sein.

2.1. Ontische Valenzreduktion durch Adessivität

Paris, 5eme arr.

2.2. Ontische Valenzreduktion durch Biadessivität

Paris, 5eme arr.

Literatur

Toth, Alfred, Objektvalenz In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Gibt es eine ontische Valenz von Nachbarschaften und Umgebungen?

1. Zu den Eigentümlichkeiten, welche die gastronomische Systemtheorie innerhalb der allgemeinen Systemtheorie auszeichnet, gehört bekanntlich (vgl. zuletzt Toth 2017) die Relevanz der Differenz zwischen der Nachbarschaftsrelation

$x \in N(x)$

und der Umgebungsrelation

$x \notin U(x)$,

d.h. ein Element x kann zwar sein eigener Nachbar, nicht aber seine eigene Umgebung sein. Ferner ist natürlich jede Nachbarschaft eine Umgebung, aber die Umkehrung dieses Satzes gilt nicht. Aus der Existenz von N folgt somit für die Distinktion von System und Umgebung natürlich, daß zwischen

$N = U(S)$

und

$N = U(U)$

zu unterscheiden ist.

2. Es gibt vermutlich sehr wenige Speisen, deren Umgebungen und Nachbarschaften kanonisch sind. Ein Beispiel für $U = 1$ und $N = 0$ ist etwa die St. Galler Bratwurst, die traditionell nur mit einem „Bürli" (kleines Faustbrot) gegessen wird. Ein Beispiel für $U = 1$ und $N = 1$ ist die Münchener Weißwurst, die mit einer Brezn und süßem Senf verzehrt wird. Da wir wie üblich bei der fleischbasierten Küche das Fleisch als System (S) setzen, gilt also

St. Galler Bratwurst

S = Wurst, U = Brot, N = 0

Münchener Weißwurst

S = Wurst, U = Brezn, N = Senf

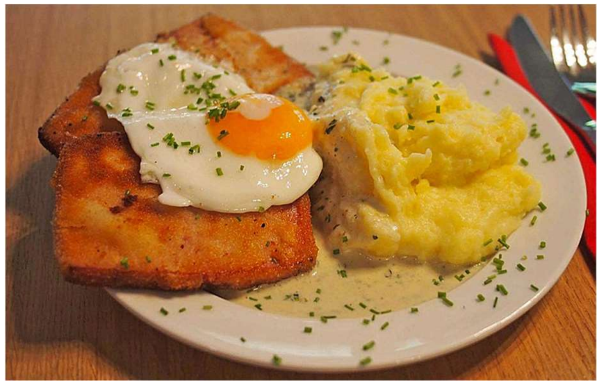
Mit $N = f(S)$ und also $N \neq f(U)$.

Tatsächlich gibt es keinen mir bekannten Fall, für den gilt

$N = f(S)$ und $N = f(U)$.

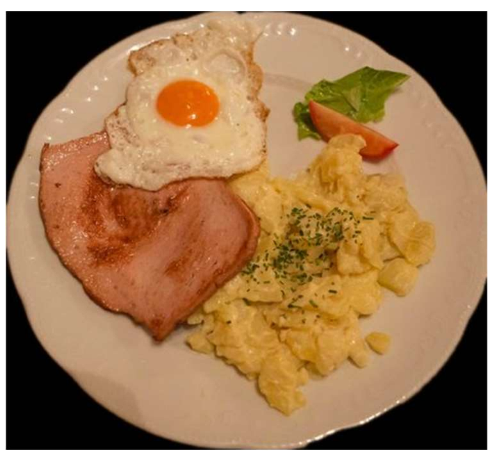
Das gilt selbst für exessive Gerichte. So ist etwa in einem Hot Dog der Senf oder Ketchup oder die Mayonnaise immer Nachbarschaft des Systems (Wurst) und nicht seiner Umgebung (Brot).

3. Hingegen gibt es ontische Unentscheidbarkeit für Umgebungen. Wenn man das im folgenden ontischen Modell präsentierte Gericht betrachtet



„Maurerschnitzel“ mit Spiegelei und Kartoffelbrei,

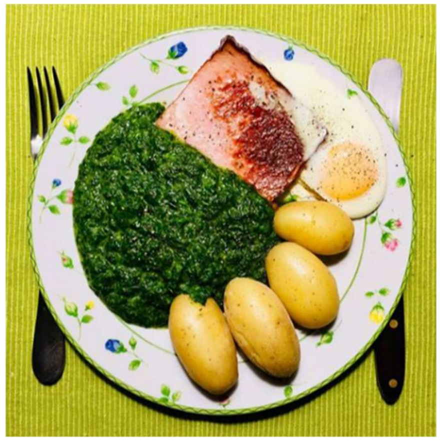
dann wird schon aus seiner originalen Bezeichnung (die wir für alle ontischen Modelle im folgenden beibehalten) klar, daß hier das Spiegelei Umgebung des Leberkäses und nicht des Kartoffelbreis ist. Hier kommt nun aber überraschenderweise die in Toth (2014) eingeführte Unterscheidung zwischen objektsyntaktischer und objektsemantischer Abhängigkeit ins Spiel. Man vergleiche dazu die beiden folgenden ontischen Modelle



Fleischkäse mit Spiegelei und Kartoffelsalat,

worin das Spiegelei objektsyntaktisch nur teilweise bei seinem Referenzsystem plaziert ist und[1]

[1] Das folgende Bild verdanke ich Hansa Czypionka.



wo es wie eine objektsemantische Umgebung neben den echten Umgebungen des System plaziert ist. Man kann somit aus der objektsemantschen Abhängigkeit des Spiegeleis als primärer Umgebung des Leberkäses, wie sie im Namen des Gerichtes festgesetzt ist, nicht unbedingt auf seine objektsyntaktische Abhängigkeit schließen. Ohne Vorwissen ist also die Referenz des Spiegeleis im dritten ontischen Modell unentscheidbar.

4. Mit der erwähnten Unterscheidung zwischen primären und sekundären (evtl. auch weiteren) Umgebungen – übrigens eine Differenzierung, die es m.W. bei Nachbarschaften ebenfalls nicht gibt – kommen wir zu zwei bisher teilweise oder ganz vernachläßigten ontischen Eigenschaften bei Nachbarschaften und Umgebungen: Der Variation von N und U einerseits und der Frage, ob es eine ontische Valenz für N und U gibt, da sie ja immer von einem Referenzsystem objektabhängig sind. Da objektsyntaktische Variation lediglich die Anordnung der Speisen betrifft, können wir sie im Rahmen des Themas unseres Aufsatzes vernachläßigen.

4.1. Objektsemantische Variation

Neben der sekundären Umgebung des Kartoffelbreis, des Kartoffelsalates und der Pellkartoffeln in den drei oben präsentierten ontischen Modellen werden in der Schweiz (wo der Leberkäse „Fleischkäse" genannt wird) als primäre oder – wie im folgenden Beispiel –sekundäre Umgebung Pommes frites gereicht

Fleischkäse mit Pommes frites, Zwiebelsauce und Spiegelei.

Man beachte, daß hier die originale Benennung der graduellen objektsemantischen Abhängigkeit der Umgebungen widerspricht, denn es ist U1 = Spiegelei, U2 = Sauce, U3 = Pommes frites mit U2 = f(S, U1).

Was die Nachbarschaft betrifft, so findet sich bei unserem Gericht lediglich die gehackte Petersilie. Man beachte, daß im obigen ontischen Modell gilt N = f(S, U1), während im ersten ontischen Modell gilt N = f((S, U1), U2).

4.2. Ontische Valenz

4.2.1. Objektsyntaktische Valenz

Dieses Gebiet ist bisher überhaupt nicht untersucht. Möglicherweise ist sie durchwegs eine Funktion der objektsemantischen Valenz, denn falls dies nicht der Fall ist, würde sie eventuell von der Nachbarschaft zur Umgebung graduiert.

4.2.2. Objektsemantische Valenz

Der Sonderfall unseres Gerichtes besteht ja darin, daß schon sein Name „Fleischkäse mit Spiegelei" eine Einheit zwischen dem System und seiner primären Umgebung benennt, d.h. wir haben hier nicht
S* = (S, Ui, Ni,),
sondern
S* = ((S, U1), Ui-1, Ni,).

Ferner wir haben hier nicht einen Fall wie etwa bei den durch Orts- oder Herkunftsbezeichnungen determinierten Namen von Gerichten wie etwa „Kasseler Rippchen", „Wiener Schnitzel" oder „Züricher Geschnetzeltes". Dennoch ist die objektsemantische Valenz restringiert: Im ersten ontischen Modell ist U = Kartoffelbrei, im zweiten ontischen Modell ist U = Kartoffelsalat, im dritten ontischen Modell sind U1 = Pellkartoffeln und U2 = Spinat, und im vierten Modell sind U1 = Zwiebelsauce und U2 = Pommes frites, d.h. wir haben

V(U) = 1 oder V(U) = 2.

Wenn man von der obligaten Petersilie absieht, liegt nur im zweiten ontischen Modell mit der Tomatenspalte und dem Salatblatt eine nicht-leere Nachbarschaft vor, d.h. wir haben

V(N) = 0 oder V(N) = 1.

Was die objektsemantische Variation betrifft, so dürfen zu „Leberkäse mit Spiegelei nur Kartoffeln serviert werden. Neben den bereits abgebildeten Umgebungen des Kartoffelbreis, des Kartoffelsalates, der Pellkartoffeln und der Pommes frites präsentiert das fünfte ontische Modell Bratkartoffeln

Leberkäse mit Spiegelei und Bratkartoffeln.

Ferner ist hier, wie im zweiten ontischen Modell, N ≠ 0, da Sauergurken (neben der nun nicht-gehackten Petersilie) gereicht werden. Man beachte allerdings, daß somit in beiden Fällen ebenfalls eine objektsemantische Abhängigkeit besteht: Im zweiten ontischen Modell werden zum Kartoffelsalat paßend Tomatenspalte und Salatblatt – also genauso wie etwa bei S = Wiener Würstchen, gereicht, und in der norddeutschen Version im fünften ontischen Modell werden die auch bei „systemlosen" Bratkartoffeln 2-seitig objektabhängigen

Sauergurken serviert (in diesem Falle sind die Bratkartoffeln allerdings das System und die Sauergurken deren Umgebung, vgl. dazu 4.2.1.).

Literatur

Toth, Alfred, Objektabhängigkeit als Semantik der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Formalisierung der Differenz von Nachbarschaft und Umgebung mit Hilfe von topologischen Zahlen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017